

ტურიზმის, დასვენებისა და მასპინძლობის მენეჯმენტი

ტურისტული ვიზიტების დინამიკის პროგნოზირება ფურიეს მწკრივების გამოყენებით

იზოლდა ხასაია

izolda.khasaia@atsu.edu.ge

მანანა ჭუმბურიძე

manana.chumburidze@atsu.edu.ge

აკაკი წერეთლის სახელმწიფო უნივერსიტეტი  
ქუთასი, საქართველო

ნაშრომში განხილულია საქართველოში საერთაშორისო მოგზაურების ვიზიტების განვითარების, ტენდენციის პროგნოზირების საკითხები. შემოთავაზებულია, ტურისტულ ბიზნესში ტრენდული მოდელების აგების, ახალი მიდგომა ექსპონენციალური დაგლუვებისა და ფურიეს მწკრივთა გამოყენებით. განხილულია კონკრეტული მაგალითები ტურიზმის სფეროში. ჩატარებულია ტრენდული ანალიზი და შეფასებულია მონაცემთა აპროქსიმაციის მაჩვენებლები მოცემული მოდელის პირობებში.

**საკვანძო სიტყვები:** ფურიეს მწკრივი, ექსპონენციალური დაგლუვება, აპროქსიმაციის მაჩვენებლები, ტრენდი.

**შესავალი.** ტურიზმი, ეკონომიკის ერთ-ერთი მნიშვნელოვანი დარგია და წარმოადგენს რთულ დინამიურ სისტემას. ასეთი სისტემების შესწავლა როგორც წესი ხორციელდება მათემატიკური მოდელების გამოყენებით. ეკონომიკური სისტემის ქცევის მათემატიკური მოდელირება სხვა მიდგომებისაგან განსხვავებით არ მოითხოვს დამატებით ფინანსურ დანახარჯებს, გარდა ამისა, ახდენს პრობლემის ფორმალიზებას. ეს შესაძლებელს ხდის მათემატიკური აპარატის გამოყენებას ანალიზისთვის, რომელიც არ არის დამოკიდებული ობიექტის სპეციფიკურ ბუნებაზე. სისტემის ფუნქციონირების ყველა შესაძლო ვარიანტის განხილვა არის შესაძლებელი მის მოდელზე და ოპტიმალურის შერჩევა.

პროგნოზირების ამოცანაც არის საკვლევი ობიექტის მომავლის პერსპექტივების გამოვლენა საქმიანობის რეალური პროცესების საფუძველზე. ოპტიმალური ტენდენციებისა და პერსპექტივების შემუშავება შედგენილი პროგნოზის და მიღებული გადაწყვეტილების შეფასების გათვალისწინებით.

**მეთოდის შესახებ.** უნდა აღინიშნოს, რომ ტურიზმის პროცესების

## ი. ხასაია, მ. ჭუმბურიძე

მოდელირებაში და პროგნოზის მისაღებად გამოიყენება დიფუზიური, ადაპტიური და მულტიპლიკატიური, გრადიენტული, რეგრესიული და სხვა მოდელები, მაგრამ მიღებული პარამეტრების შეფასება საკმაოდ რთულია (შედარებით მარტივია რეგრესიული განტოლებების პარამეტრების პოვნა) (ხასაია 2014: 193-195).

ნაშრომში განხილულია დროითი მწკრივების პროგნოზირება ფურიეს ტრენდის მოდელის<sup>1</sup> გამოყენებით საქართველოში საერთაშორისო მოგზაურების ვიზიტების განვითარების ტენდენციის მაგალითზე. განხილული დროითი მწკრივების პროგნოზირების მიდგომის თავისებურება მდგომარეობს იმაში, რომ პროგნოზირება ხდება ფურიეს მწკრივად დაშლის კოეფიციენტებით. მიღებული ფურიეს კოეფიციენტებით ხდება უცნობი ფუნქციის აგება და ხდება მისი მნიშვნელობების პროგნოზი შემდეგ პერიოდზე. ყველა გამოთვლა ტარდება Excel-ში.

საკვლევ მწკრივს ახასიათებს როგორც სეზონურობა ისე ტენდენციაც, აქედან გამომდინარე საჭიროა დროითი მწკრივის წინასწარი გარდაქმნა ექსპონენციალური დაგლუვების მეთოდის (Excel/ Date Analysis - Exponential Smoothing) გამოყენებით (Makridakis 1982). ეს დროითი მწკრივის კორექტირების საშუალებას იძლევა, ტრენდისა და ნახტომების გარეშე. ექსპონენციალური დაგლუვების მეთოდი ითვალისწინებს საკვლევ მწკრივის როგორც სეზონურობას ისე ტენდენციასაც.

დინამიური მწკრივების ანალიტიკური გამარტივებით ხდება გარკვეული მოდელის - ტრენდის განტოლების აგება, რომელიც მათემატიკურად ზუსტად აღწერს მოვლენის განვითარების ტენდენციას დროში. მაჩვენებლის დონეების ცვლილების აღწერა შესაძლებელია დროითი ფუნქციის გამოყენებით. ანალიტიკური დაგლუვების მეთოდი, მოვლენის შეფასების, მათემატიკურად აღწერისა და პროგნოზირების შესაძლებლობას იძლევა.

დინამირ მწკრივში სეზონური რხევებით პროგნოზირებისთვის ხშირად მიმართავენ ჰოლტ-ვინტერსის (Батурин 2018), მოძრავი საშუალოს მეთოდს. ჩვენს შემთხვევაში განვიხილავთ ანალიტიკურ დაგლუვებას ფურიეს მწკრივების გამოყენებით.

**მეთოდის დაფუძნება.** თეორიულად ნებისმიერი სტაციონალური დროითი მწკრივი (არ გააჩნია ტენდენცია) შეიძლება იყოს წარმოდგენილი ფურიეს ტრიგონომეტრიული მწკრივის სახით (კოლმოგოროვი ...1976: 390):

$$y_t = \bar{y}_t + \sum_{i=1}^{\infty} (a_i \cos w_i t + b_i \sin w_i t)$$

<sup>1</sup> ტრენდის მოდელი ეწოდება დინამიური მწკრივის განვითარების ტენდენციის გამოსახვას საკვლევ მაჩვენებლის დროის ფუნქციის სახით (Грекова ... 2014).

ყველა ტრიგონომეტრიულ მრავალწევრს შორის, მოცემული სიგრძით ფურიეს მწკრივის ნაწილობრივი ჯამი, იძლევა  $y(t)$  ფუნქციის საუკეთესო აპროქსიმაციას (კოლმოგოროვი ... 1976: 391-392). ეს გვაძლევს საფუძველს, წარმოვადგინოთ საკვლევი დროითი მწკრივი (ტურიზმში კი როგორც წესი საკვლევ დროით მწკრივებს აქვთ სასრული სიგრძე) ფურიეს ტრიგონომეტრიული მწკრივის ნაწილობრივი ჯამის სახით:

$$y(t) = a_0 + \sum_{i=1}^n \left( a_i \cos \frac{i\pi t}{N} + b_i \sin \frac{i\pi t}{N} \right),$$

სადაც,

$\bar{y} = a_0$  - საშუალო,  $a_i, b_i$  - უცნობი პარამეტრები,  $N$  დროითი მწკრივის სიგრძეა და  $n=N/2$  (ჰარმონიკების/შესაკრებების რაოდენობა უნდა იყოს დროითი მწკრივის სიგრძეზე

ორჯერ ნაკლები),  $t=1,2,\dots,N$ . ავლნიშნოთ  $\omega_i t = \frac{2\pi i}{N} t = iT$ , მაშინ

$$T = \frac{2\pi}{N} t, t = 1, 2, \dots, N \rightarrow T = 0, \frac{2\pi}{N}, \frac{4\pi}{N}, \dots, \frac{2\pi(N-1)}{N}$$

ამრიგად ვღებულობთ განტოლებას:

$$y(t) = a_0 + \sum_{i=1}^n (a_i \cos i t + b_i \sin i t), t=0, \frac{2\pi}{N}, \frac{4\pi}{N}, \dots, \frac{2\pi(N-1)}{N}$$

ამ განტოლების პარამეტრების განსაზღვრა ხორციელდება უმცირეს კვადრატთა მეთოდით (Чирухин 2014).

ერთი ჰარმონიკის (შესაკრების) შემთხვევაში ვღებულობთ:

$$y_t = a_0 + a_1 \cos t + b_1 \sin t, \quad t = 0, \frac{2\pi}{N}, \frac{4\pi}{N}, \dots, \frac{2\pi(N-1)}{N}$$

შესაბამისი განტოლებათა სისტემის ამოხსნით მივიღებთ:

$$a_1 = \frac{2 \sum_{t=0}^{2\pi(N-1)/N} y_t \cos t}{N} \quad b_1 = \frac{2 \sum_{t=0}^{2\pi(N-1)/N} y_t \sin t}{N}$$

ანალოგიურად 2 ჰარმონიკის შემთხვევისთვის მივიღებთ შესაბამისი განტოლებათა სისტემის ამოხსნით:

$$a_2 = \frac{2 \sum_{t=0}^{2\pi(N-1)/N} y_t \cos 2t}{N} \quad b_2 = \frac{2 \sum_{t=0}^{2\pi(N-1)/N} y_t \sin 2t}{N}$$

და ა.შ.

$$a_k = \frac{2 \sum_{t=0}^{2\pi(N-1)/N} y_t \cos kt}{N} \quad b_k = \frac{2 \sum_{t=0}^{2\pi(N-1)/N} y_t \sin kt}{N}$$

განვიხილოთ საერთაშორისო მოგზაურების ვიზიტები კვარტლების მიხედვით 2016-2021 წწ.

**ცხრილი 1. საერთაშორისო მოგზაურების ვიზიტები , 2016-2021 წწ.**

წლები	კვარტალი I	II	III	IV
2016	1254855	1550801	2,370,566	1543753
2017	1378097	1757025	2969923	1797464
2018	1582382	1979579	3226416	1891167
2019	1617548	2244896	3375116	2120404
2020	233479	114119	150320	149582
2021	134,712	351,302	0	0

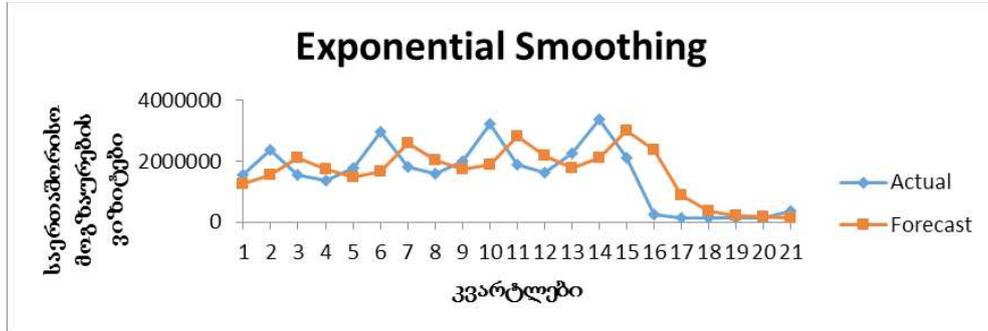
**წყარო: საქართველოს ტურიზმის ეროვნული ადმინისტრაციის კვლევები (1, 2021).**

გავაკეთოთ 2021 წლის მომდევნო III და IV კვარტალში საერთაშორისო მოგზაურების ვიზიტების პროგნოზი წინა წლების მონაცემებზე დაყრდნობით.

მოცემულ დროით მწკრივს, ახასიათებს სეზონურობა, მაგრამ არ არის სტაციონალური (ახასიათებს ტენდენცია). მოვახდინოთ მისი ექსპონენციალური გამარტივება (ითვალისწინებს საკვლევი მწკრივის როგორც სეზონურობას ისე ტენდენციასაც), მიღებული მწკრივისთვის ავაგოთ ფურიეს ტრენდის მოდელი.

ამრიგად, ანალიტიკური დაგლუვების პირველი ნაბიჯია, მათემატიკური ფუნქციის შერჩევა, რომლის გამოყენებით ხდება ტრენდის მოდელის აგება (ვხელმძღვანელობთ ემპირიული მონაცემების გრაფიკით).

Excel- ის ინსტრუმენტარიების ( Date Analysis - Exponential Smoothing) გამოყენებით მივიღებთ დაგლუვებულ მწკრივს ( $y'$ , ცხრილი 3) და დიაგრამაზე საკვლევ და დაგლუვებულ მწკრივებს (იხ. დიაგრამა 1). მწკრივის დაგლუვების კოეფიციენტის მნიშვნელობა (მისი მნიშვნელობა არის 0- დან 1- მდე და ირჩევს მკვლევარი) (StatSoft, Inc. (2012). Анализ временных рядов). ჩვენს შემთხვევაში  $k=0.3$ ,



დიაგრამა 1. ექსპონენციალური დაგლუვება.

ჩვენს შემთხვევაში  $N=22$ ,  $t$  - დროის მაჩვენებელი იცვლება 0 დან ბიჯით  $2\pi/N$ , ე.ი.  $t=0, 2\pi/N, \dots, 2\pi(N-1)/N$  (გამოთვლებში გამოიყენება  $t$ -ს რადიანული მნიშვნელობები).

გამოთვლები ფურიეს მწკრივის ჰარმონიკების (შესაკრებები) პარამეტრების საპოვნელად ჩავატაროთ Excel-ში და შედეგი ჩავწეროთ ცხრილში (ცხრილი 2.)

ზემოთ მოყვანილი ფორმულებისა და მე-2 ცხრილის მონაცემების გამოყენებით გამოვთვალოთ პარამეტრები (ცხრილი 3):

ცხრილი 3. ჰარმონიკის პარამეტრები

a0= $\bar{y}$ =1536068							
a1	b1	a2	b2	a3	b3	a4	b4
-748650.13	516194.01	117067.81	547691.56	281741.70	55596.62	-55769.98	-30952.21

მიღებული მონაცემების საფუძველზე ვღებულობთ ფურიეს მწკრივებს 1 ჰარმონიკით  $y_t(1)=a_0 + a_1 \cos t + b_1 \sin t$ ,  $t=0, \pi/11, 2\pi/11, \dots, \pi(N-1)/N$ ,  $N=22$  ორი ჰარმონიკით  $y_t(2)=a_0 + a_1 \cos t + b_1 \sin t + a_2 \cos 2t + b_2 \sin 2t$ ,  $t=0, \pi/11, 2\pi/11, \dots, \pi(N-1)/N$ ,  $N=22$  და ა. შ. (იხ. ცხრილი 4)

ცხრილი 2. გამოთვლები პარამონიკის პარამეტრების საპოვნელად

cost	Sint	Ycost	Ysint	cost2	sint2	Ycost2	Ysint2	cost3t	sint3t	Ycost3t	Ysint3t	cost4t	sint4t	Ycost4t	Ysint4t
1.000	0.000	1254855	0	1.000	0.000	1254855	0	1.000	0.000	1254855	0	1.000	0.000	1254855	0
0.960	0.282	1488046	436696	0.841	0.540	1304860	838049	0.655	0.755	1016068	1171576	0.416	0.909	645043	1410285
0.841	0.540	1787691	1148148	0.416	0.909	883725	1932126	-0.141	0.990	-300540	2103273	-0.654	0.757	-1389480	1607304
0.655	0.755	1125626	1297903	-0.141	0.990	-243022	1700743	-0.841	0.542	-1444077	930713	-0.960	-0.280	-1649265	-481157
0.416	0.909	615624	1345966	-0.654	0.757	-967946	1119687	-0.960	-0.280	-1420842	-414517	-0.145	-0.989	-214030	-1464516
0.143	0.990	239426	1656728	-0.959	0.283	-1605449	473928	-0.417	-0.909	-698685	-1521155	0.840	-0.543	1405581	-909074
-0.141	0.990	-365113	2555174	-0.960	-0.280	-2477834	-722884	0.413	-0.911	1066117	-2350663	0.843	0.538	2176219	1387909
-0.414	0.910	-842483	1849739	-0.656	-0.754	-1334157	-1533408	0.959	-0.285	1948480	-578566	-0.138	0.990	-281105	2013031
-0.654	0.757	-1123177	1299254	-0.145	-0.989	-248354	-1699385	0.843	0.538	1448017	923490	-0.958	0.286	-1645609	491487
-0.841	0.542	-1597829	1029807	0.413	-0.911	785168	-1731205	0.146	0.989	277885	1880515	-0.659	-0.752	-1252320	-1430124
-0.959	0.283	-2713030	800886	0.840	-0.543	2375276	-1536234	-0.652	0.759	-1843148	2145869	0.410	-0.912	1160192	-2579904
-1.000	0.002	-2172446	3460	1.000	-0.003	2172437	-6920	-1.000	0.005	-2172424	10380	1.000	-0.006	2172404	-13840
-0.960	-0.280	-1712624	-499641	0.843	0.538	1504154	959292	-0.659	-0.752	-1175295	-1342163	0.422	0.907	752368	1617610
-0.842	-0.539	-1774353	-1135594	0.419	0.908	882334	1912953	0.137	-0.991	288026	-2086850	-0.649	0.761	-1367525	1602428
-0.656	-0.754	-1965610	-2259166	-0.138	0.990	-414152	2965794	0.838	-0.546	2509302	-1634277	-0.962	-0.274	-2880016	-820344
-0.417	-0.909	-994495	-2165184	-0.652	0.759	-1552470	1807450	0.961	0.275	2290465	656362	-0.151	-0.989	-359562	-2355367
-0.145	-0.989	-126999	-869001	-0.958	0.286	-841502	251328	0.422	0.907	370374	796313	0.836	-0.548	734384	-481633
0.140	-0.990	48028	-339977	-0.961	-0.277	-329917	95111	-0.409	0.913	-140324	313369	0.847	0.532	290660	182778
0.413	-0.911	86008	-189637	-0.659	-0.752	-137180	-156657	-0.957	0.289	-199330	60225	-0.132	0.991	-27484	206408
0.653	-0.758	109129	-126644	-0.148	-0.989	-24702	-165341	-0.846	-0.534	-141379	-89219	-0.956	0.292	-159877	48861
0.840	-0.543	121294	-78448	0.410	-0.912	59245	-131743	-0.151	-0.989	-21799	-142797	-0.664	-0.748	-95854	-108066
0.959	-0.285	277281	-82334	0.838	-0.546	242374	-157855	0.648	-0.762	187415	-220317	0.404	-0.915	116949	-264550
ჯამი		-8235151	5678134			1287746	6024607			3099159	611563			-613470	-340474

ცხრილი 4. ფურის მწკრივები ყ, 1- 4 ჰარმონიკით

წელი	კვარტალი	t, რადიანული	საერთაშორისო მოგზაურების ვიზიტები	ექსპონენციალური მოსწორება	ყ(1)	ყ(2)	ყ(3)	ყ(4)
1	2016	I	1254855	1254855	930743	1047811	1329552	1273782
2		II	1550801	1550801	1106395	1500868	1727463	1676119
3		III	2,370,566	2124637	1328421	1875180	1890364	1903421
4		IV	1543753	1718018	1578852	2104477	1897778	1959985
5		I	1378097	1480073	1837420	2175193	1889155	1927847
6		II	1757025	1673939	2083199	2125985	1957866	1927846
7	2017	III	2969923	2581128	2296297	2030525	2096264	2032599
8		IV	1797464	2032563	2459467	1969435	2223696	2200754
9	2018	I	1582382	1717436	2559504	2000640	2268079	2312659
10		II	1979579	1900936	2588311	2137876	2234061	2294088
11		III	3226416	2828772	2543557	2344420	2203020	2208375
12		IV	1891167	2172449	2428864	2544187	2262714	2207142
13	2019	I	1617548	1784018	2253515	2646720	2419284	2367699
14		II	2244896	2106633	2031701	2578071	2561517	2574176
15		III	3375116	2994571	1781373	2307611	2513355	2575470
16		IV	2120404	2382654	1522792	1861986	2148142	2187156
17	2020	I	233479	878232	1276885	1321449	1490678	1461017
18		II	114119	343353	1063554	799354	734951	671262.9
19		III	150320	208230	900064	410899	157278	133957.9
20		IV	149582	167176	799648	240670	-27266	17022.61
21	2021	I	134712	144451	770431	318938	221461	281624.4
22		II	351302	289247	814779	613975	754180	759940.1
დეტერმინაციის კოეფიციენტი R <sup>2</sup>					0.21	0.67	0.66	0.78

## ი. ხასაია, მ. ქუმბურიძე

დავადგინოთ რომელ მწკრივს (1,2,3 თუ 4 ჰარმონიკით) აქვს უმცირესი ფაქტიური მნიშვნელობების გადახრა გამოთვლილთაგან. ამისათვის გამოვიყენოთ დეტერმინაციის კოეფიციენტი, რომელიც გამოითვლება ფორმულით (ხასაია 2014: 198-199):

$$R^2 = 1 - \frac{S^2}{y^2} \quad \text{სადაც} \quad S^2 = \frac{\sum(y_t - y')^2}{N},$$
$$y^2 = \frac{\sum(y_t - \bar{y})^2}{N}$$

მივიღეთ, რომ საუკეთესოა მწკრივი ოთხი ჰარმონიკით, ვინაიდან მისი დეტერმინაციის კოეფიციენტი ყველაზე მაღალია (ცხრილი 4.)  $R^2 = 0.78$ . [5, გრეკოვა,... 2004, 2]

აქედან გამომდინარე, ფურიეს მწკრივს, რომელიც საუკეთესოდ აღწერს პროცესს, აქვს შემდეგი სახე:

$$y = a_0 + \sum_{i=1}^4 (a_i \cos it + b_i \sin it)$$

ამ განტოლებით გამოვთვალოთ მომდევნო კვარტლების საპროგნოზო მნიშვნელობები 2021 წლის III და IV კვარტლის ( $t=6.280$  - მე-3 კვარტლისთვის და  $t=6.565$  მე-4 კვარტლისთვის, იხ. ცხრილი 4).

მაშასადამე, 78% სიზუსტით შეგვიძლია ვთქვათ, რომ III კვარტალში საქართველოში იქნება 842235 საერთაშორისო ვიზიტორი, ხოლო IV - 1396858 ვიზიტორი.

**დასკვნა.** ამრიგად, ნაშრომში მიღებულია ტურისტული ვიზიტების დინამიური პროცესების ოპტიმალური მართვის მოდელი. უმცირეს კვადრატთა მეთოდის გამოყენებით, შესრულებულია პარამეტრული ანალიზი, აგებულია ტურისტული ნაკადის პროგნოზირების ალგორითმები, მოყვანილია კონკრეტული მაგალითები, საერთაშორისო მოგზაურების ვიზიტების 2016-2021 წლების მონაცემებზე დაყრდნობით.

კვლევა ჩატარებულია ექსპონენციალური დაგლუვების მეთოდისა და ფურიეს მწკრივთა თეორიის გამოყენებით. შემოთავაზებული მეთოდი უზრუნველყოფს მონაცემთა აპროქსიმაციისა და პროგნოზირების მაღალ ხარისხს. ტურისტულ ბიზნესში, მმართველობითი გადაწყვეტილების მიღების ამოცანების გადაჭრას, დროის მინიმალური დანახარჯის პირობებში.

დასკვნის სახით, ასევე შეიძლება აღინიშნოს, ნაშრომში შემოთავაზებული ტრენდული მოდელი, მომსახურე პერსონალს შესაძლებლობას მისცემს, განახორციელოს ტურისტული ნაკადების ეფექტური მონიტორინგი და პროგნოზი, წინასწარ შეაფასოს მოვლენების შესაძლო განვითარება და საერთაშორისო ვიზიტორთა ვიზიტების ზრდის შემთხვევაში, დროულად მოემზადოს განთავსების საშუალებების, ტურისტული დესტინაციების და სხვა მომსახურებების დამატების ორგანიზებისთვის.

### ლიტერატურა

საქართველოს ტურიზმის ეროვნული ადმინისტრაცია. 2021. კვლევები. ინ. რესურსი: [www.gnta.ge](http://www.gnta.ge)

ხასაია, ი. 2014. ტურიზმის კვლევის საფუძვლები. თბილისი: ფავორიტ სტილი.

*The handbook of forecasting: A manager's guide.* 1982. edited by Makridakis, Spyros and Wheelwright, Steven C., New York: Wiley.

Колмогоров, А.Н. Фомин, С.В. 1976. *Элементы теории функций и функционального анализа.* М. Наука.

Батурин, А. 2018. *Прогноз по методу экспоненциального сглаживания с трендом и сезонностью Хольта – Винтерса.*

<https://4analytics.ru/prognozirovanie/prognoz-po-metodu-eksponencialnogo-sglajvaniya-s-trendom-i-sezonnostyu-xolta-vintersa.html>

Грекова, Т. Филатова, Т. 2004. *Построение Трендовых Моделей Экономической Системы.* «Экономические науки»

[http://sun.tsu.ru/mminfo/000063105/292\(II\)/image/292-2-294.pdf](http://sun.tsu.ru/mminfo/000063105/292(II)/image/292-2-294.pdf)

StatSoft, Inc. 2012. *Электронный учебник по статистике Анализ временных рядов.* Москва, StatSoft. WEB:

<http://www.statsoft.ru/home/textbook/default.htm>.

Чирухин, В.А. 2014. *Применение Метода Наименьших Квадратов для Аппроксимации Периодических Процессов при Построении Прогнозов.* Санкт-Петербург. <https://cyberleninka.ru/article/n/primenenie-metoda-naimenshih-kvadratov-dlya-approksimatsii-periodicheskikh-protsessov-pri-postroenii-prognozov>

## Tourism, Leisure and Hospitality Management

### Predicting the dynamics of tourist visits using Fourier series

**Izolda Khasaia**

izolda.khasaia@atsu.edu.ge

**Manana Chumburidze**

manana.chumburidze@atsu.edu.ge

Akaki Tsereteli State university

Kutaisi, Georgia

*The paper discusses the issues of development of international travelers' visits to Georgia and trend forecasting. A new approach to building trending models in the tourism business using exponential smoothing and Fourier series is proposed. Specific examples in the field of tourism are discussed. Trend analysis is performed and data approximation rates are evaluated under the conditions of the given model.*

**Keywords:** *fourier series; exponential smoothing; approximation rates; trend.*

**Introduction.** Tourism is one of the most important sectors of the economy and is a complex dynamic system. The study of such systems is usually carried out using mathematical modeling. Mathematical modeling of the behavior of the economic system, unlike other approaches, does not require additional financial costs, in addition, it formalizes the problem. This makes it possible to use a mathematical technics for analysis that does not depend on the specific nature of the object. It is possible to discuss all possible options for the operation of the system on its model and select the optimal one.

The task of forecasting is also to identify the future prospects of the research object based on the actual processes of the activity. To develop optimal trends and prospects based on the forecast and evaluation of the decisions.

**About the method.** There are diffusion, adaptive and multiplicative, gradient, regression and other models used in modeling and forecasting tourism processes, but it is difficult to evaluate recieved parameters (it is easy to find the parameters of regression equations) (Khasaia).

The paper discusses the prediction of series using the Fourier Trend model on the example of trend of developing international travelers' visits to Georgia. The peculiarity of the time series prediction approach lies in the fact that the prediction is made by Fourier series coefficients. With the obtained Fourier coefficients an unknown function is constructed and its values are predicted for

the next period. All calculations are performed in Excel.

The study sequence is characterized by both seasonality and trend, therefore it is necessary to estimate series by using the exponential smoothing method (Excel/ Date Analysis - Exponential Smoothing) (Makridakis). The exponential smoothing method takes into account both the seasonality and the trend of the study series.

Analytical simplification of dynamic sequences builds a certain model - the trend equation, which mathematically accurately describes the trend of the event over time. A change in indicator levels can be described using the time function. Analytical smoothing method allows to evaluate, mathematically describe and predict an event. Holt Winter's is often used to predict seasonal fluctuations in the dynamic range. (Батуриh A.), The moving average method. In our case we consider analytical smoothing using Fourier series.

**Establish the method.** Theoretically any stationary series can be represented as a Fourier trigonometric series (Kolmogorov ...):

$$y_t = \bar{y}_t + \sum_{i=1}^{\infty} (a_i \cos w_i t + b_i \sin w_i t)$$

Make a forecast of international travel visits in the next III and IV quarters of 2021 based on data from previous years.

A given time series is characterized by seasonality but is not stationary (characterized by a trend). To simplify it exponentially (taking into account both the seasonality and the trend of the study series), build a Fourier Trend model for the obtained series.

Thus, the first step in analytical smoothing is to select a mathematical function

Among all trigonometric polynomials, the partial sum of the Fourier series of a given length gives the best approximation of the function  $y(t)$  (Kolmogorov ...). This gives us a basis to present the study time series (in tourism, the study time series usually have a finite length) as a partial sum of the Fourier trigonometric series:

$$y(t) = a_0 + \sum_{i=1}^n \left( a_i \cos \frac{i\pi t}{N} + b_i \sin \frac{i\pi t}{N} \right),$$

where,

$\bar{y} = a_0$  - average,  $a_i, b_i$  - unknown parameters,  $N$  is the length of the time series and  $n=N/2$  (Number of harmonics / assemblies must be

o. ხასიათი, მ. ქუმბურდი

less than twice the length of the timeline),  $t=1,2,\dots,N$ . Let us  $\omega_i t = \frac{2\pi i}{N} t = iT$ , then

$$T = \frac{2\pi}{N} t, t = 1, 2, \dots, N \rightarrow T = 0, \frac{2\pi}{N}, \frac{4\pi}{N}, \dots, \frac{2\pi(N-1)}{N}$$

Thus we get the equation:

$$y(t) = a_0 + \sum_{i=1}^n (a_i \cos it + b_n \sin it), t=0, \frac{2\pi}{N}, \frac{4\pi}{N}, \dots, \frac{2\pi(N-1)}{N}$$

The parameters of this equation are determined by the squares method (Чирухин).

In case of one harmonic we get:

$$y_t = a_0 + a_1 \cos t + b_1 \sin t, \quad t = 0, \frac{2\pi}{N}, \frac{4\pi}{N}, \dots, \frac{2\pi(N-1)}{N}$$

By solving the system of corresponding equations we get:

$$a_1 = \frac{2 \sum_{t=0}^{2\pi(N-1)/N} y_t \cos t}{N} \quad b_1 = \frac{2 \sum_{t=0}^{2\pi(N-1)/N} y_t \sin t}{N}$$

Similarly, for the case of 2 harmonics, we obtain the solution of the corresponding system of equations:

$$a_2 = \frac{2 \sum_{t=0}^{2\pi(N-1)/N} y_t \cos 2t}{N} \quad b_2 = \frac{2 \sum_{t=0}^{2\pi(N-1)/N} y_t \sin 2t}{N}$$

And oth.

$$a_k = \frac{2 \sum_{t=0}^{2\pi(N-1)/N} y_t \cos kt}{N} \quad b_k = \frac{2 \sum_{t=0}^{2\pi(N-1)/N} y_t \sin kt}{N}$$

Consider the visits of international travelers by quarters in 2016-2021.

**Table 1. Visits of international travelers, 2016-2021**

years \ quarter	I	II	III	IV
2016	1254855	1550801	2,370,566	1543753
2017	1378097	1757025	2969923	1797464
2018	1582382	1979579	3226416	1891167
2019	1617548	2244896	3375116	2120404
2020	233479	114119	150320	149582
2021	134,712	351,302	0	0

Source: Studies of the Georgian National Tourism Administration (1, 2021).

that is used to build a trend model (guided by a graph of empirical data)

Excels tools (Date Analysis - Exponential Smoothing ) Using we get the smoothed row ( $y'$ , Table 3) and the study and smoothed rows on the diagram (see Diagram 1). The value of the smoothing coefficient of the row (its value is from 0 to 1 and is chosen by the researcher) (StatSoft, Inc. 2012. Анализ временных рядов).

In our case  $k = 0.3$ ,

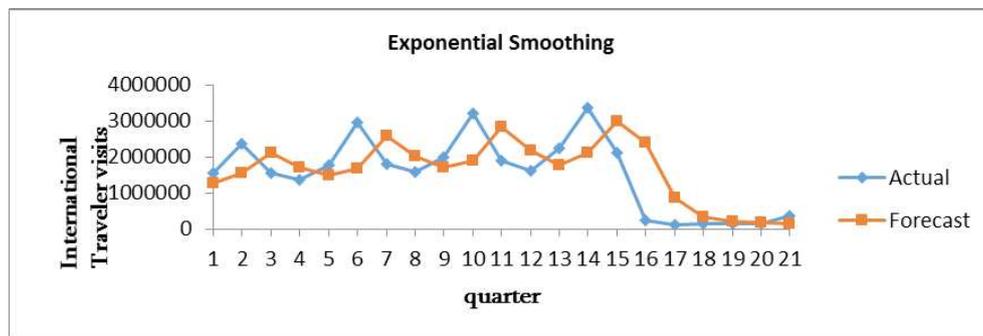


Diagram 1. Exponential smoothing.

In our case  $N=22$ ,  $t$  - the time value changes from 0 in steps of  $2\pi/N$ , so  $t=0, 2\pi/N, \dots, 2\pi(N-1)/N$  (Radian values of  $t$  are used in calculations).

Carry out the calculations to find the parameters of the Fourier series harmonics (assemblies) in Excel and write the result in a table (Table 2.)

Table 2. Calculations to find harmonic parameters Calculate the parameters using the above formulas and the data in Table 2 (Table 3):

Table 3. Harmonic parameters

$a_0 = \bar{y} = 1536068$							
$a_1$	$b_1$	$a_2$	$b_2$	$a_3$	$b_3$	$a_4$	$b_4$
-748650.13	516194.01	117067.81	547691.56	281741.70	55596.62	-55769.98	-30952.21

Accordingly on the obtained data, we will get to Fourier series with 1 harmonic

$$y_t(1) = a_0 + a_1 \cos t + b_1 \sin t, \quad t = 0, \pi/11, 2\pi/11, \dots, \pi(N-1)/N, N=22$$

$$\text{with 2 harmonic } y_t(2) = a_0 + a_1 \cos t + b_1 \sin t + a_2 \cos 2t + b_2 \sin 2t, \quad t = 0, \pi/11, 2\pi/11, \dots, \pi(N-1)/N, N=22 \text{ and e.t. (See Table 4.)}$$

o. ხასიათი, მ. ქუთუბურძე

cost	Sint	Ycost	Y'sint	cost2	sint2	Ycost2	Y'sint2	cost3t	sint3t	Ycost3t	Y'sint3t	cost4t	sint4t	Ycost4t	Y'sint4t
1.000	0.000	1254855	0	1.000	0.000	1254855	0	1.000	0.000	1254855	0	1.000	0.000	1254855	0
0.960	0.282	1488046	436696	0.841	0.540	1304860	838049	0.655	0.755	1016068	1171576	0.416	0.909	645043	1410285
0.841	0.540	1787691	1148148	0.416	0.909	883725	1932126	-0.141	0.990	-300540	2103273	-0.654	0.757	-1389480	1607304
0.655	0.755	1125626	1297903	-0.141	0.990	-243022	1700743	-0.841	0.542	-1444077	930713	-0.960	-0.280	-1649265	-481157
0.416	0.909	615624	1345966	-0.654	0.757	-967946	1119687	-0.960	-0.280	-1420842	-414517	-0.145	-0.989	-214030	-1464516
0.143	0.990	239426	1656728	-0.959	0.283	-1605449	473928	-0.417	-0.909	-698685	-1521155	0.840	-0.543	1405581	-909074
-0.141	0.990	-365113	2555174	-0.960	-0.280	-2477834	-722884	0.413	-0.911	1066117	-2350663	0.843	0.538	2176219	1387909
-0.414	0.910	-842483	1849739	-0.656	-0.754	-1334157	-1533408	0.959	-0.285	1948480	-578566	-0.138	0.990	-281105	2013031
-0.654	0.757	-1123177	1299254	-0.145	-0.989	-248354	-1699385	0.843	0.538	1448017	923490	-0.958	0.286	-1645609	491487
-0.841	0.542	-1597829	1029807	0.413	-0.911	785168	-1731205	0.146	0.989	277885	1880515	-0.659	-0.752	-1252320	-1430124
-0.959	0.283	-2713030	800886	0.840	-0.543	2375276	-1536234	-0.652	0.759	-1843148	2145869	0.410	-0.912	1160192	-2579904
-1.000	0.002	-2172446	3460	1.000	-0.003	2172437	-6920	-1.000	0.005	-2172424	10380	1.000	-0.006	2172404	-13840
-0.960	-0.280	-1712624	-499641	0.843	0.538	1504154	959292	-0.659	-0.752	-1175295	-1342163	0.422	0.907	752368	1617610
-0.842	-0.539	-1774353	-1135594	0.419	0.908	882334	1912953	0.137	-0.991	288026	-2086850	-0.649	0.761	-1367525	1602428
-0.656	-0.754	-1965610	-2259166	-0.138	0.990	-414152	2965794	0.838	-0.546	2509302	-1634277	-0.962	-0.274	-2880016	-820344
-0.417	-0.909	-994495	-2165184	-0.652	0.759	-1552470	1807450	0.961	0.275	2290465	656362	-0.151	-0.989	-359562	-2355367
-0.145	-0.989	-126999	-869001	-0.958	0.286	-841502	251328	0.422	0.907	370374	796313	0.836	-0.548	734384	-481633
0.140	-0.990	48028	-339977	-0.961	-0.277	-329917	-95111	-0.409	0.913	-140324	313369	0.847	0.532	290660	182778
0.413	-0.911	86008	-189637	-0.659	-0.752	-137180	-156657	-0.957	0.289	-199330	60225	-0.132	0.991	-27484	206408
0.653	-0.758	109129	-126644	-0.148	-0.989	-24702	-165341	-0.846	-0.534	-141379	-89219	-0.956	0.292	-159877	48861
0.840	-0.543	121294	-78448	0.410	-0.912	59245	-131743	-0.151	-0.989	-21799	-142797	-0.664	-0.748	-95854	-108066
0.959	-0.285	277281	-82334	0.838	-0.546	242374	-157855	0.648	-0.762	187415	-220317	0.404	-0.915	116949	-264550
sum		-8235151	5678134			1287746	6024607			3099159	611563			-613470	-340474

#	Year	quarter	t, Radian	International Traveler visits	Exponential Smoothing	yt(1)	yt(2)	yt(3)	yt(4)
1	2016	I	0.000	1254855	1254855	930743	1047811	1329552	1273782
2		II	0.285	1550801	1550801	1106395	1500868	1727463	1676119
3		III	0.571	2,370,566	2124637	1328421	1875180	1890364	1903421
4		IV	0.856	1543753	1718018	1578852	2104477	1897778	1959985
5		I	1.142	1378097	1480073	1837420	2175193	1889155	1927847
6	2017	II	1.427	1757025	1673939	2083199	2125985	1957866	1927846
7		III	1.713	2969923	2581128	2296297	2030525	2096264	2032599
8		IV	1.998	1797464	2032563	2459467	1969435	2223696	2200754
9	2018	I	2.284	1582382	1717436	2559504	2000640	2268079	2312659
10		II	2.569	1979579	1900936	2588311	2137876	2234061	2294088
11		III	2.855	3226416	2828772	2543557	2344420	2203020	2208375
12		IV	3.140	1891167	2172449	2428864	2544187	2262714	2207142
13	2019	I	3.425	1617548	1784018	2253515	2646720	2419284	2367699
14		II	3.711	2244896	2106633	2031701	2578071	2561517	2574176
15		III	3.996	3375116	2994571	1781373	2307611	2513355	2575470
16		IV	4.282	2120404	2382654	1522792	1861986	2148142	2187156
17	2020	I	4.567	233479	878232	1276885	1321449	1490678	1461017
18		II	4.853	114119	343353	1063554	799354	734951	671262.9
19		III	5.138	150320	208230	900064	410899	157278	133957.9
20		IV	5.424	149582	167176	799648	240670	-27266	17022.61
21	2021	I	5.709	134712	144451	770431	318938	221461	281624.4
22		II	5.995	351302	289247	814779	613975	754180	759940.1
Determination coefficient R <sup>2</sup>						0.21	0.67	0.66	0.78

**Table 4. Fourier series with yt 1-4 harmonics**

Determine which row (with 1,2,3 or 4 harmonics) has the smallest deviation of the actual values from the calculated ones. To do this, use the coefficient of determination, which is calculated by the formula (Khasaia 2014):

$$R^2 = 1 - \frac{S^2}{y^2}$$

where

$$S^2 = \frac{\sum(y_t - y')^2}{N}, \quad y^2 = \frac{\sum(y_t - \bar{y})^2}{N}$$

We find that the row with four harmonics is the best, since its determination coefficient is the highest (Table 4.)  $R^2 = 0.78$ . (Grekova T., Filatova T.)

Therefore, the Fourier series that best describes the process has the following appearance:

$$y = a_0 + \sum_{i=1}^4 (a_i \cos it + b_i \sin it)$$

Use this equation to calculate the forecast values for the following quarters for the III and IV quarters of 2021 ( $t = 6.280$  for the 3rd quarter and  $t = 6.565$  for the 4th quarter, see Table 4).

Therefore, with 78% accuracy we can say that in the III quarter there will be 842,235 international visitors to Georgia, and in the IV - 1396,858 visitors.

**Conclusion.** Thus optimal management dynamical model of tourist visits is constructed. A parametric analysis is carried out using the least squares method, algorithms for predicting tourist flows are built, specific examples are given based on data on trips of international travelers in 2016-2021.

Investigation based on the exponential smoothing method and the theory of Fourier series.

The proposed method provides a high degree of data approximation and forecasting. In the tourism business, solving the decision making problems in the minimal time The use of trending models will enable the entities involved in tourism to obtain a significant economic effect. The organization will be able to anticipate possible developments and, in case of increasing the number of international visits, prepare to organize the addition of accommodation, tourist destinations and other services.