

გამოთვლითი მექანიკა

ჰაერის ან სითხის ნაკადში მოთავსებული აბსოლუტურად მოქნილი მილსადენების სიმტკიცის შეფასება

ზურაბ არქანია,
ნოდარ მარდალეიშვილი
nodar.mardaleishvili@atsu.edu.ge
აკაკი წერეთლის სახელმწიფო უნივერსიტეტი
ქუთაისი, საქართველო

დამუშავებულია შეყურსული ძალებით დატვირთული და ჰაერის ან სითხის ნაკადში მყოფი აბსოლუტურად მოქნილი მილსადენების გაანგარიშების ალგორითმი. გადმოცემული ალგორითმი საშუალებას იძლევა განისაზღვროს მილსადენის ფორმები, მილსადენში ღერძული ძალები როგორც სითხის შიგა ნაკადის გარეშე, ასევე მილსადენში მოძრავი შიგა ნაკადის გათვალისწინებით და შეფასდეს მილსადენის სიმტკიცე ნორმალური ძაბვის გათვალისწინებით, რომელიც გამოწვეულია მილსადენის ღუნვით.

საკვანძო სიტყვები: მილსადენი, აეროდინამიკური ძალა, დასაშვები ძაბვა.

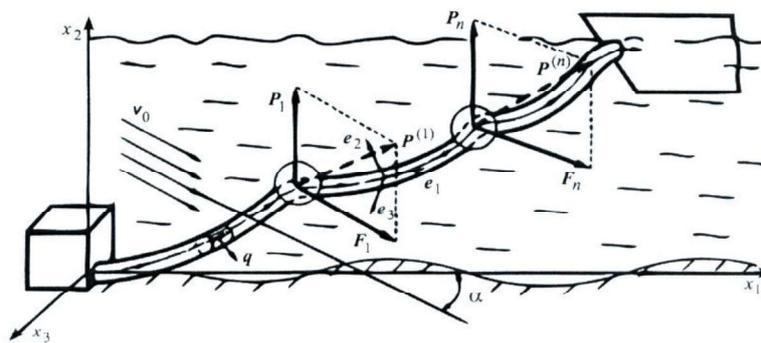
მილსადენების გაანგარიშებისას, რომელთა სიგრძე მნიშვნელოვნად აღემატება კვეთის დიამეტრს, შეიძლება უგულებელვყოთ სიხისტე ღუნვაზე და გრეხაზე და ვისარგებლოთ აბსოლუტურად მოქნილი მილსადენის მოდელით, რადგან ამ დაშვებით ცდომილება არ აღემატება 5-7 %. აბსოლუტურად მოქნილი მილსადენები ფართოდ გამოიყენება ტექნიკის სხვადასხვა დარგში. მათ გამოყენებით მექანიკაში ჩვეულებრივ მიეკუთვნება ელექტროგადამცემი ხაზები, სითხეების სატუმბი შლანგები, შლანგები და მილსადენები ზღვიდან სასარგებლო წიაღისეულის ამოსაქაჩად, მილსადენები, რომლებიც გამოიყენებიან საზღვაო პორტებში შესასვლელი არხების გასასუფთავებლად, ლენტურ რადიატორებში და კოსმოსურ საკაბელო სისტემებში და ა.შ. ამ შემთხვევებში მილსადენებზე ერთდროულად მოქმედებენ შეყურსული და განაწილებული აეროდინამიკური ძალები და სითხის შიგა ნაკადიც და მოსალოდნელია მილსადენში მაქსიმალური ძაბვის მნიშვნელოვანი ზრდა, რამაც შეიძლება გამოიწვიოს მათი რღვევა, რაც ხშირად დაკავშირებულია დიდ

ზ. არქანია, ნ. მარდალეიშვილი

ეკონომიკურ და ეკოლოგიურ ზარალთან. მიუხედავად იმისა, რომ აბსოლუტურად მოქნილი მილსადენების და შლანგების სტატიკის და დინამიკის ამოცანებზე ინტენსიურად მუშაობდნენ პროფ. ვ.ა. სვეტლიცკი და მისი მოსწავლეები (Светлицкий 1972, Светлицкий 2001: 431, Светлицкий 1982: 222, Бадзგарадзе 1984, Arkania 2008, Arkania 2019), შეყურსული ძალებით დატვირთული მილსადენების მრავალი ამოცანა გადაუწყვეტელი რჩება. ამ ეტაპისთვის შეყურსული და განაწილებული აეროდინამიკური ძალებით დატვირთული მილსადენების სიმტკიცის შეფასების ალგორითმის დამუშავება წარმოადგენს პრაქტიკულად მნიშვნელოვან და თეორიულად საინტერესო ამოცანებს.

წინამდებარე ნაშრომში შემოთავაზებულია აბსოლუტურად მოქნილი მილსადენების სიმტკიცის შეფასების ალგორითმი, როცა მილსადენი დატვირთულია შეყურსული ძალებით და იმყოფება ჰაერის ან სითხის ნაკადში.

1-ელ ნახაზზე მოცემულია მილსადენის საანგარიშო სქემა, რომლის დანიშნულებაცაა ზღვის ფსკერიდან გრუნტის ამოღება, როდესაც მილსადენზე, რომელსაც გააჩნია სასრული ზომის ტივტივები, დატვირთულია არქიმედეს შეყურსული ძალებით $\vec{P}_1, \vec{P}_2, \dots, \vec{P}_n$. ტივტივებზე მოქმედი სითხის ნაკადი იწვევს $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \dots, \vec{F}_n$ შეყურსულ ძალებს.



ნახაზი 1. მილსადენის საანგარიშო სქემა.

1-ელ ნახაზზე \vec{P}_j და \vec{F}_j ($j = \overline{1, n}$) ძალები შევცვალოთ მათი ტოლქმედებით, მივიღებთ ცნობილი შეყურსული ძალებით $\vec{P}^{(1)}, \vec{P}^{(2)}, \dots, \vec{P}^{(n)}$ დატვირთულ მილსადენს. $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \dots, \vec{F}_n$ ძალების

სიდიდეები განისაზღვრებიან ექსპერიმენტალურად კონკრეტული ფორმის თითოეული წერტილოვანი მასისათვის. სფერული სხეულებისათვის \vec{F}_j ვექტორის მიმართულება ემთხვევა ნაკადის სიჩქარის ვექტორის \vec{V}_0 მიმართულებას. სფერულისაგან განსხვავებული წერტილოვანი მასების სხვა ფორმებისათვის \vec{F}_j ძალების მიმართულებები განისაზღვრება ექსპერიმენტალურად α კუთხეზე დამოკიდებულებით. მილსადენის წონასწორული ფორმის და მილსადენში ღერძული ძალების განსაზღვრისას (ნაკადის გარეშე), გამოიყენება მილსადენის წონასწორობის განტოლებები, ჩაწერილი შეყურსული ძალების მოდების წერტილებს შორის უბნებისათვის. ამ განტოლებებს უგანზომილებო ფორმაში აქვს სახე (Светлицкий 2001: 431):

$$\frac{d}{d\varepsilon} \left(Q_1 \frac{dx_i}{d\varepsilon} \right) + q_{ax_i}^{(j)} - \delta_{2i} = 0 \quad (i = 1,2,3), \quad (1)$$

სადაც

$\varepsilon_{j-1} < \varepsilon < \varepsilon_j$ ($j = 1,2, \dots, n+1$), x_1, x_2, x_3 - დეკარტის უძრავი კოორდინატთა სისტემა, ხოლო $\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3$ - ბუნებრივ კოორდინატთა სისტემა, დაკავშირებული მილსადენის ღერძულ წირთან (\vec{e}_1 -მხები, \vec{e}_2 -ნორმალი, \vec{e}_3 -ბინორმალი).

ეს განტოლებები შეგვიძლია ჩავწეროთ ასე:

$$\begin{cases} \frac{dQ_{xi}}{d\varepsilon} + q_{ax_i} - \delta_{2i} = 0 \quad i = 1,2,3, \\ \frac{dx_i}{d\varepsilon} = \frac{Q_{xi}}{Q_1}, \quad \varepsilon_{j-1} < \varepsilon < \varepsilon_j \quad (j = 1,2, \dots, n+1), \end{cases} \quad (2)$$

სადაც Q_{xi} ($i = 1,2,3$) - მხოლოდ გარე ძალებით გამოწვეული \vec{Q}_1 ღერძული ძალების გეგმილება საკოორდინატო ღერძებზე, ხოლო ტივტივების წონასწორობის განტოლებებს, ჩაწერილ დეკარტის საკოორდინატო ღერძებზე გეგმილებში, აქვთ სახე:

$$-Q_{x_i}^{(j)}(\varepsilon_i) + Q_{x_i}^{(j+1)} + F_j(\delta_{1i} \cos \alpha + \delta_{3i} \sin \alpha) + \delta_{2i} P_j = 0 \quad (i = 1,2,3 \quad j = \overline{1,n}) \quad (3)$$

აქ $Q_1 = Q_1(\varepsilon)$ - ღერძული ძალვაა მილსადენში, $Q^{(j)}(\varepsilon_j)$ და $Q^{(j+1)}(\varepsilon_j)$ - ღერძული ძალებია მილსადენის j -ური უბნის ბოლოსა და $(j+1)$ -ური უბნის დასაწყისში შესაბამისად; P_j ($j = \overline{1,n}$) შესაბამისი შეყურსული ძალების სიდიდეებია; ε - უგანზომილებო რკალური კოორდინატია; ε_k $k = \overline{1,n}$ - შეყურსული ძალების მოდების წერტილების რკალური კოორდინატებია; δ_{ij} , $i, j = 1,2,3$ - კრონეკერის სიმბოლოებია; $q_a^{(j)}$ - აეროდინამიკური (ჰიდროდინამიკური) განაწილებული დატვირთვაა; x_i , $i = 1,2,3$ - მილსადენის ღერძული წირის წერტილების დეკარტის კოორდინატები. სფერული ტივტივებისათვის ჰიდროდინამიკური ძალების სიდიდეებს F_j უგანზომილებო ფორმით აქვს სახე (Светлицкий 2001:431):

ზ. არქანია, ნ. მარდალიშვილი

$$F_j = \frac{\pi c \rho_B V_0^2 D_k^2}{8 m_1 g \ell}. \quad (4)$$

აქ C - ჰიდროდინამიკური კოეფიციენტი; D_k - ტივტივას დიამეტრი; ρ_B - ჰაერის ან სითხის სიმკვრივე, V_0 - გარე ნაკადის სიჩქარე; m_1 - მილსადენის ერთეული სიგრძის მასა; ℓ - მილსადენის სიგრძე.

განაწილებული ჰიდროდინამიკური ძალების გეგმილები, როდესაც ნაკადის სიჩქარის \bar{V}_0 ვექტორი Ox_1x_3 სიბრტყის პარალელურია, ჩავწეროთ შემდეგი სახით (Светлицкий 2001:431):

$$\begin{aligned} q_{ax_1} &= q_{n0} \sin \varphi_a \cos \alpha + \cos \varphi_a (q_{10} \cos \varphi_a - q_{n0} \sin \varphi_a) \frac{dx_1}{d\varepsilon}, \\ q_{ax_2} &= \cos \varphi_a (q_{10} \cos \varphi_a - 2q_{n0} \sin \varphi_a) \frac{dx_2}{d\varepsilon}, \\ q_{ax_3} &= q_{n0} \sin \varphi_a \sin \alpha + \cos \varphi_a (q_{10} \cos \varphi_a - q_{n0} \sin \varphi_a) \frac{dx_3}{d\varepsilon} \end{aligned} \quad (5)$$

$$\begin{aligned} \cos \varphi_a &= \frac{dx_1}{d\varepsilon} \cos \alpha + \frac{dx_2}{d\varepsilon} \sin \alpha, \quad q_{n0} = \frac{c_n \rho_B d V_0^2}{2 m_1 g}, \\ q_{10} &= \frac{c_{n\rho B} d V_0^2 \operatorname{sign}(\cos \varphi_a)}{2 m_1 g}. \end{aligned}$$

აქ c_1 და c_n ჰიდროდინამიკური კოეფიციენტებია; d - მილსადენის დიამეტრი; q_{10} , q_{r0} - სრული განაწილებული ჰიდროდინამიკური \bar{q}_a ძალის გეგმილება მხების მიმართულებაზე და მილსადენის ღერძული წირის მართობ სიბრტყეზე შესაბამისად. (2) განტოლების ამონახსნმა უნდა დააკმაყოფილოს სასაზღვრო პირობები:

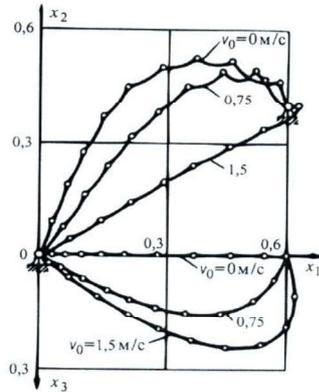
$$x_1 = x_2 = x_3 = 0, \text{ როცა } \varepsilon = 0;$$

$$x_1 = x_{1k}; \quad x_2 = x_{2k}; \quad x_3 = 0, \quad \text{როცა } \varepsilon = 1. \quad (6)$$

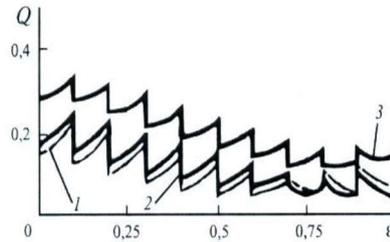
ტივტივების წონასწორობის განტოლებები (3) და მილსადენის მონაკვეთების შეერთების პირობები:

$$x_i^{(j)}(\varepsilon_j) = x_i^{(j+1)}(\varepsilon_j) \quad i = 1, 2, 3; \quad j = \overline{1, n} \quad (7)$$

ამოცანა იხსნება სასრული სხვაობების მეთოდით (Светлицкий 2001:431). მაგალითისათვის განხილული იყო მილსადენის წონასწორობის განტოლებების რიცხვითი ამოხსნა შეყურსული ძალებით ($n=9$) განზომილებიანი პარამეტრების შემდეგი მნიშვნელობებისათვის:



ნახაზი 2.



ნახაზი 3.

$l = 200\text{მ}$, $x_{1k} = 120\text{მ}$, $x_{2k} = 120\text{მ}$, $m_1 = 12,9\text{კგ/მ}$, $d = 0,27\text{მ}$, $q_{10} = q_{n0} = 270\text{ნ/მ}$, $\rho_B = 1000\text{კგ/მ}^3$, $D_k = 1,94\text{მ}$, $P_i = 5,96\text{კნ}$, $s_i = 20\text{მ}$ - ტივტივებს შორის მანძილი. რიცხვითი ამოხსნა ჩატარდა $\Delta = 10^{-3}$ სიზუსტით. ნახ. 2-ზე ნაჩვენებია მილსადენის ღერძული წირის ფორმის დამოკიდებულება ნაკადის სიჩქარის ვექტორის V_0 სიდიდესა და მიმართულებაზე (კერძოდ, ნაჩვენებია მილსადენის ღერძული წირის გეგმილები Ox_1x_3 და Ox_1x_2 საკოორდინატო სიბრტყეებზე, როდესაც წყლის ნაკადის სიჩქარე $V_0 = 0; 0,75; 1,5\text{მ/წმ}$ და $\alpha = 45^\circ$). როდესაც $V_0 = 0$, $\text{თი } F_i = 0; q_a^i = 0$ და მილსადენის ღერძული წირი იმყოფება ვერტიკალურ Ox_1x_2 საკოორდინატო სიბრტყეში, ხოლო ღერძული წირის გეგმილს აქვს მე-2 ნახაზზე წარმოდგენილი სახე. მე-3 ნახაზზე მოცემულია Q -ს გრაფიკები, როცა $\alpha = 45^\circ$ და $V_0 = 0$ (წირი 1); $V_0 = 0,75$ (წირი 2); $V_0 = 1,5$ (წირი 3). ღერძული ძალების გრაფიკები განიცდიან წყვეტას შეყურსული ძალების მოდების წერტილებში.

შეყურსული ძალებით და განაწილებული ჰიდროდინამიკური ძალებით დატვირთული აბსოლუტურად მოქნილი მილსადენის წონასწორობის არაწრფივი განტოლებების ამოხსნის გადმოცემული მეთოდი საშუალებას გვაძლევს განვსაზღვროთ როგორც მილსადენის ღერძული წირის ფორმა, ასევე ღერძული ძალვა სითხის გარე ნაკადის სიჩქარის ვექტორის ნებისმიერი მიმართულებისას.

$x_i (i = 1, 2, 3)$ და Q_1 სიდიდეების განსაზღვრის შემდეგ შეგვიძლია განვსაზღვროთ მილსადენში ღერძული ძალვა სითხის შიგა ნაკადის გათვალისწინებით:

$$Q_1^{(1)}(\varepsilon) = Q_1(\varepsilon) + P_0 + n_1 w^2 - n_1 x_2(\varepsilon) - \mu \varepsilon \quad (8)$$

სადაც

$$n_1 = \frac{m_2}{m_1 + m_2}; \quad \mu = a_1 w^2; \quad a_1 = \frac{\lambda \rho_2 \ell s}{8(m_1 + m_2)}; \quad \lambda = \frac{64\nu}{wd}$$

ზ. არქანია, ნ. მარდალიშვილი

λ – ჰიდრავლიკური წინააღმდეგობის კოეფიციენტი; m_2 - მილსადენის ერთეულ სიგრძეზე მოსული სითხის შიგა ნაკადის მასა; v - სითხის სიბლანტის კინემატიკური კოეფიციენტი; e_2 - სითხის სიმკვრივე; d - ნახვრეტის დიამეტრი; S – შიგა ზედაპირის სველი პერიმეტრი; a_1 - ჰიდრავლიკური წინააღმდეგობის კოეფიციენტი; l - მილსადენის სიგრძე; \bar{w} - სითხის შიგა ნაკადის სიჩქარე.

რადგან ნაპოვნია ღერძული ძალვა მილსადენში, შეგვიძლია განვსაზღვროთ მილსადენის სიმტკიცე, მაგრამ ამასთან, აუცილებელია გათვალისწინებული იყოს მილსადენის სიხისტე ღუნვაზე, რომელიც მცირე გავლენას ახდენს მის ფორმაზე და ღერძულ ძალვაზე, მაგრამ მნიშვნელოვან გავლენას ახდენს მილსადენში ძაბვაზე.

მილსადენის ნებისმიერ განივ კვეთში ნორმალური ძაბვები განისაზღვრება ფორმულით:

$$\sigma(\varepsilon) = \frac{Q_1^{(1)}(\varepsilon)}{F} (m_1 + m_2) g l$$

(9) ნორმალური ძაბვები, რომლებიც გამოწვეულია მილსადენის ღუნვით, ტოლია (Arkania 2008, Аркания 2019):

$$\sigma_\varepsilon = \frac{EI_p}{w_p} \kappa(\varepsilon) \left(I_p = \pi d^3 \delta / 8; w_p = \pi d^2 \frac{\delta}{4} \right); \quad (10)$$

სადაც EI_p - მილსადენის სიხისტეა ღუნვაზე; w_p - მილსადენის კვეთის წინააღმდეგობის მომენტია ღუნვისას; δ - მილსადენის კედლის სისქე; E - დრეკადობის მოდული; I_p - კვეთის ინერციის მომენტი; $\kappa(\varepsilon)$ - მილსადენის ღერძული წირის სიმრუდე, რომელიც განისაზღვრება ფორმულით:

$$\kappa(\varepsilon) = \sqrt{\left(x_1^{(j)}(\varepsilon)\right)^2 + \left(x_2^{(j)}(\varepsilon)\right)^2 + \left(x_3^{(j)}(\varepsilon)\right)^2} \quad (11)$$

სადაც $\varepsilon_{j-1} < \varepsilon < \varepsilon_j$ ($j = 1, 2, \dots, n + 1$).

მილსადენის ნებისმიერ კვეთაში სრული ნორმალური ძაბვა ღუნვითი სიხისტის გათვალისწინებით ტოლია

$$\sigma_n(\varepsilon) = \frac{Q_1^{(1)}}{F} (m_1 + m_2) l g + \frac{EI_p}{w_p} \kappa(\varepsilon). \quad (12)$$

შეგვიძლია განვსაზღვროთ მილსადენის კვეთი $\varepsilon = \varepsilon_*$, სადაც $\sigma_n(\varepsilon)$ - აღწევს მაქსიმალურ სიდიდეს

$$\max \sigma_n(\varepsilon) = \sigma_n(\varepsilon_*) = \frac{Q_1^{(1)}(\varepsilon_*)}{F} (m_1 + m_2) l g + \sigma_\varepsilon(\varepsilon_*). \quad (13)$$

მილსადენის ნორმალური მუშაობისათვის მაქსიმალური ძაბვა უნდა აკმაყოფილებდეს პირობას (Феодосьев 2018):

$$\max \sigma_n \leq [\sigma]_{\text{დ}} \quad (14)$$

სადაც $[\sigma]_{\text{დ}}$ - დასაშვები ძაბვაა, რომელიც განისაზღვრება მილსადენის მასალის მექანიკური მახასიათებლის ზღვრული მნიშვნელობით და მარაგის კოეფიციენტით.

ლიტერატურა

- Аркания З. М, Сагинадзе И.С. 2003. “Об оценке прочности шлангов”. *Проблемы прикладной механики*, №1 (10), 2003.
- Arkania Z.M. Badzgaradze A.G. 2008. About the method of calculation of hoses loaded concentrated forces. *Int. J. Problems Mech.* №6, 2008: 72-76.
- Аркания, Н.В. Мардалеишвили. 2019. “Расчет абсолютно гибких стержней, нагруженных сосредоточенными силами в потоке воздуха или жидкости”. *Вестник московского университета. серия 1, математика, механика*, №4, 2019: 58-62.
- Аркания З. М. 1984. *Статика шлангов, заполненных потоком вязкой жидкости и нагруженных сосредоточенными силами*. Изд. Вуз. «Машиностроение».
- Бадзгарадзе А.Г. 1984. *Определение формы равновесия и натяжения в шланге, находящемся в потоке жидкости или воздуха*. Изд. Вуз. «Машиностроение».
- Светлицкий В.А. 2001. *Механика абсолютно гибких стержней*. М.: Изд-во МАИ.
- Светлицкий В.А. Мирошник З.А., Кудрин В. И. 1972. *Определение формы стационарного движения нити в средах различной вязкости*. *Прикладная Механика*, т. 8, вып. 4, АН СССР, 1972, с. 100-104.
- Светлицкий В.А. 1978. *Механика гибких стержней и нитей*. М.: Машиностроение.
- Светлицкий В.А. 1982. *Механика трубопроводов и шлангов*. М.: Машиностроение.
- Светлицкий В.А. 1987. *Механика стержней, часть 1-Статика*. М.:»Высшая школа».
- Светлицкий В.А. 1987. *Механика стержней, часть 2-Динамика*. М.:»Высшая школа».
- Феодосьев В.И. 2018. *Сопротивление материалов*. 17-е изд., исправленное. — М.: МГТУ им. Н.Э. Баумана.

Computational Mechanics

Solidity Assessment of Absolutely Flexible Pipelines in The Flow of Air or Fluid

Zurab Arkania

Nodar Mardaleishvili

nodar.mardaleishvili@atsu.edu.ge

Akaki Tsereteli State University

Kutaisi, Georgia

An algorithm has been developed for sizing the absolutely flexible pipelines (bars) loaded with the concentrated forces and located in the air or liquid flow. The stated algorithm allows us to determine the shape of the pipeline (bar), the axial force in the pipeline both without the internal flow and taking into account the internal flow of fluid moving in the pipeline, as well as to assess the pipeline strength, taking into account the normal stresses caused by the pipe bend.

Keywords: Pipeline, aerodynamic forces, permissible stress.

When sizing pipelines whose length is significantly greater than the cross-sectional diameter, the bending and torsional stiffness factors can be neglected and the model of an absolutely flexible pipeline can be used, since with this assumption the error is less than 5-7%. Absolutely flexible pipelines are widely used in various fields of technology. In applied mechanics, they are considered among the power transmission cables, hoses for pumping liquids, hoses and pipelines for lifting minerals from the seabed, pipelines used to clean the entrance channels at seaports, belt-type radiators, space rope systems. etc. In these cases, pipelines are simultaneously affected by the concentrated forces and the distributed aerodynamic forces, and one can therefore expect a significant increase in the maximum stress in the pipelines, which can cause their destruction. In this regard, publications on the methods for sizing such pipelines are of high importance and relevance.

The field of mechanics of absolutely flexible bars (pipelines) was intensively studied by Prof. V.A. Svetlitskiy and his disciples (Svetlitskiy 2001, Svetlitskiy 1982, Arkania 2008, Arkania 2019). They investigated numerous problems of statics and dynamics of absolutely flexible bars (pipelines). In this paper, we propose an algorithm for assessing the strength of absolutely flexible pipelines, loaded with the concentrated forces and located in the air or fluid flow.

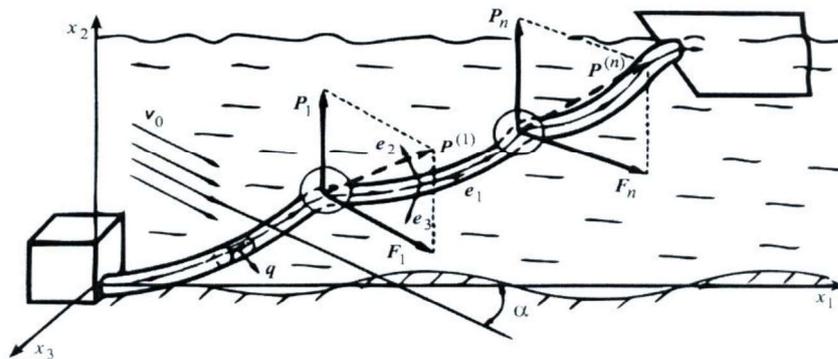


Fig. 1. The pipeline design scheme.

Figure 1 shows the design scheme of a pipeline which is intended for lifting the ground from the seabed, when pipelines with floats are loaded with the concentrated Archimedes forces P_1, P_2, \dots, P_n , acting on the floats of finite dimensions. The fluid flow acting on the floats causes the concentrated forces $\bar{F}_1, \bar{F}_2, \dots, \bar{F}_n$. By replacing in Figure 1 the forces \bar{P}_j and \bar{F}_j by their resultants, we shall obtain a pipeline loaded with the known concentrated forces $\bar{P}^{(1)}, \bar{P}^{(2)} \dots \bar{P}^{(n)}$. The moduli of forces $\bar{F}_1, \bar{F}_2 \dots \bar{F}_n$ are determined experimentally for each specific form of concentrated masses. For spherical bodies, the direction of the vectors \bar{F}_j coincides with the direction of the flow velocity vector \bar{V}_0 . For other forms of concentrated masses, different from spherical ones, the direction of the forces \bar{F}_j can be determined experimentally depending on the angle α . To find the forms of equilibrium of the pipeline and the axial force in the pipeline under the action of an external fluid flow and concentrated forces (without taking into account the internal flow), the equilibrium equations of the pipeline are used at the sections between the points of application of the concentrated forces, which in dimensionless form are represented in the following way (Svetlitskiy 2001):

$$\frac{d}{d\varepsilon} \left(Q_1 \frac{dx_i}{d\varepsilon} \right) + q_{ax_i}^{(j)} - \delta_{2i} = 0 \quad (i = 1, 2, 3), \quad (1)$$

where

$$\varepsilon_{j-1} < \varepsilon < \varepsilon_j (j = 1, 2, \dots, n+1)$$

These equations can be written as follows

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dQ_{xi}}{d\varepsilon} + q_{axi} - \delta_{2i} = 0 \quad i = 1, 2, 3 \\ \frac{dx_i}{d\varepsilon} = \frac{Q_{xi}}{Q_1} \quad \varepsilon_{j-1} < \varepsilon < \varepsilon_j \quad (j = 1, 2, \dots, n+1) \end{array} \right. , \quad (2)$$

where $Q_{xi} (i = 1, 2, 3)$ - the projections of the axial force \overline{Q}_1 on the coordinate axes, caused only by the external forces, while the equilibrium equations of the flats in the projections on the Cartesian axes are represented as follows:

$$-Q_{xi}^{(j)}(\varepsilon_i) + Q_{xi}^{(j+1)} + F_j(\delta_{1i}\cos\alpha + \delta_{3i}\sin\alpha) + \delta_{2i}P_j = 0 \quad (3)$$

$$(i = 1, 2, 3 \quad j = \overline{1, n}),$$

where $Q_1 = Q_1(\varepsilon)$ - axial force in the pipeline, $Q^{(j)}(\varepsilon_j)$ and $Q^{(j+1)}(\varepsilon_j)$ - axial forces in the pipeline at the end of the j -th and at the beginning $(j+1)$ -th sections of pipeline, respectively; $P_j (j = \overline{1, n})$ - the values of the concentrated forces; ε - dimensionless arc coordinate; $\varepsilon_k \quad k = \overline{1, n}$ - arc coordinates of the points of application of concentrated forces; $\delta_{ij}, i, j = 1, 2, 3$ - Kronecker sign; $q_a^{(j)}$ - aerodynamic (hydrodynamic) distributed load; x_i - Cartesian coordinates of the point of the center line of pipeline.

The values of the hydrodynamic forces F_j for the spherical floats in dimensionless form are represented in this form (Svetlitskiy 2001):

$$F_j = \frac{\pi c_{\rho B} V_0^2 D_k^2}{8m_1 g \ell}, \quad (4)$$

where C - hydrodynamic coefficient; D_k - float diameter; ρ_B - air or liquid density; V_0 - external flow velocity; m_1 - mass of the unit of length of pipeline; ℓ - pipeline length.

The projections of the hydrodynamic distributed forces, when the flow velocity vector \overline{V}_0 is parallel to the plane ox_1x_3 can be written as follows (Svetlitskiy 2001):

$$\begin{aligned} q_{ax_1} &= q_{n0}\sin\varphi\alpha\cos\alpha + \cos\varphi\alpha(q_{10}\cos\varphi\alpha - q_{n0}\sin\varphi\alpha)\frac{dx_1}{d\varepsilon}, \\ q_{ax_2} &= \cos\varphi\alpha(q_{10}\cos\varphi\alpha - 2q_{n0}\sin\varphi\alpha)\frac{dx_2}{d\varepsilon}, \\ q_{ax_3} &= q_{n0}\sin\varphi\alpha\sin\alpha + \cos\varphi\alpha(q_{10}\cos\varphi\alpha - q_{n0}\sin\varphi\alpha)\frac{dx_3}{d\varepsilon} \\ \cos\varphi\alpha &= \frac{dx_1}{d\varepsilon}\cos\alpha + \frac{dx_2}{d\varepsilon}\sin\alpha, \quad q_{n0} = \frac{c_{n\rho B}dV_0^2}{2m_1g}, \quad q_{10} = \\ &= \frac{c_{n\rho B}dV_0^2\sin\alpha(\cos\varphi\alpha)}{2m_1g}, \end{aligned} \quad (5)$$

where c_1 and c_n - hydrodynamic coefficients; d - pipeline diameter; q_{10}, q_{r0} - the projections of full distributed hydromechanics force

\bar{q}_a on the tangential direction and the plane of the perpendicular axial line of pipeline, respectively. Solving the equations must satisfy boundary conditions

$$\begin{aligned} x_1 = x_2 = x_3 = 0, \text{ если } \varepsilon = 0; \\ x_1 = x_{1k}; \quad x_2 = x_{2k}; \quad x_3 = 0, \quad \text{when } \varepsilon = 1. \end{aligned} \quad (6)$$

The equilibrium equations of the floats (3) and conditions of connectivity of the pipeline sections:

$$x_i^{(j)}(\varepsilon_j) = x_i^{(j+1)}(\varepsilon_j) \quad i = 1,2,3; \quad j = \overline{1, n} \quad (7)$$

The problem is solved via the finite difference method (Svetlitskiy 2001). An example was the numerical solution of the equilibrium equations of pipeline with the concentrated forces ($n = 9$) with the following dimensional values of the parameters: $l = 200 \text{ m}$. $x_{1k} = 120 \text{ m}$, $x_{2k} = 120 \text{ m}$, $m_1 = \frac{12,9 \text{ kT}}{\text{m}}$, $d = 0,27 \text{ m}$, $q_{10} = q_{n0} = 270 \text{ H/m}$, $\rho_B = 1000 \text{ kg/m}$, $D_k = 1,94 \text{ m}$, $P_i = 5,96 \text{ kH}$, $s_i = 20 \text{ m}$ - the length of the sections between the floats. The equations were solved numerically with an accuracy of $\Delta = 10^{-3}$.

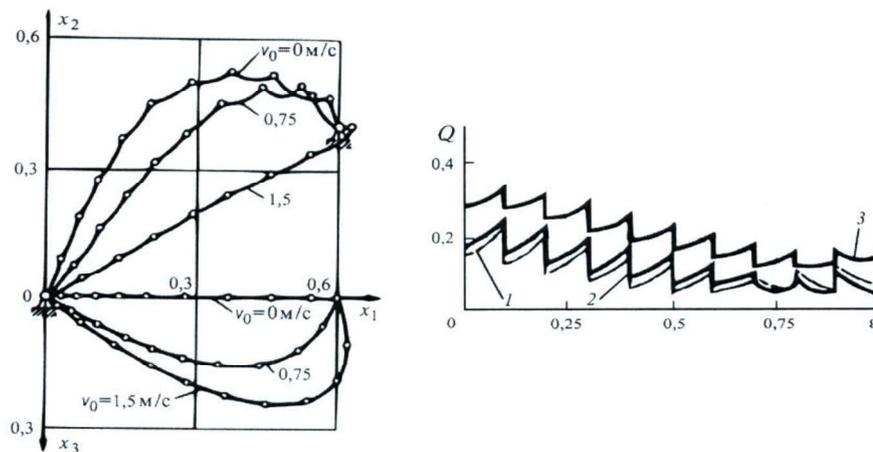


Fig. 2. The shape of the pipeline centerline. Fig.3. The graphs of Q .

Figure 2 shows the shape of the pipeline centerline depending on the modulus and direction of the flow velocity vector V_0 . (In particular, there are shown the projections of the pipeline centerline on the coordinate planes Ox_1x_3 and Ox_1x_2 for the case of water flow velocity $V_0 = 0; 0,75; 1,5$ when $\alpha = 45^\circ$. When

$V_0 = 0$, то $F_i = 0$; $q_a^j = 0$ and the centerline of the bar is in the vertical plane $O_{x_1x_2}$, and the projections of the centerline of the bar are as shown in Figure 2. Figure 3 shows the graphs of Q when $\alpha = 45^\circ$ for the cases of $V_0 = 0$ (curve 1); 0.75 (curve 2); 1.5 (curve 3).

The described method for solving the nonlinear equations of equilibrium of an absolutely flexible pipeline loaded with the concentrated forces and distributed hydrodynamic forces allows us to determine both the shape of the centerline of the pipeline and the axial force for an arbitrary direction of the velocity vector of the external fluid flow.

After determining $x_i = (i = 1, 2, 3)$ and Q_1 , it is possible to determine the axial force in the pipeline, taking into account the internal fluid flow:

$$Q_1^{(1)}(\varepsilon) = Q_1(\varepsilon) + P_0 + n_1 w^2 - n_1 x_2(\varepsilon) - \mu \varepsilon, \quad (8)$$

where

$$n_1 = \frac{m_2}{m_1 + m_2}; \quad \mu = a_1 w^2; \quad a_1 = \frac{\lambda \rho_2 \ell s}{8(m_1 + m_2)}; \quad \lambda = \frac{64\nu}{wd}$$

λ – hydraulic resistance coefficient; m_2 – mass of the internal fluid flow per unit length of the pipeline; ν – kinematic coefficient of fluid viscosity; ρ_2 – fluid density; d – bore diameter; S – wetted perimeter of the internal surface; a_1 – hydraulic resistance coefficient; ℓ – pipeline length; \bar{w} – internal fluid flow velocity.

Since the axial force in the pipeline has been found, it is possible to determine the pipeline strength, but it should be taken into account that the bending stiffness of the pipeline, which has little effect on its shape and on the axial force, significantly affects the stress in the pipeline.

The normal stresses from axial force in an arbitrary cross-section of the pipeline is determined by the formula

$$\sigma(\varepsilon) = \frac{Q_1^{(1)}(\varepsilon)}{F} (m_1 + m_2) g \ell \quad (9)$$

Normal stresses caused by pipe bending are equal to

$$\sigma_{из} = \frac{EI_p}{w_p} \varkappa(\varepsilon) \left(I_p = \pi d^3 \delta / 8; w_p = \pi d^2 \frac{\delta}{4} \right), \quad (10)$$

where EI_p – pipeline bending stiffness; w_p – section modulus of pipeline under bending; δ – wall thickness; E – elasticity modulus; I_p – second area moment; $\varkappa(\varepsilon)$ – pipeline centerline curvature, which is determined by the formula

$$\varkappa(\varepsilon) = \sqrt{\left(x_1^{(j)}(\varepsilon) \right)^2 + \left(x_2^{(j)}(\varepsilon) \right)^2 + \left(x_3^{(j)}(\varepsilon) \right)^2}, \quad (11)$$

where $\varepsilon_{j-1} < \varepsilon < \varepsilon_j$ ($j = 1, 2, \dots, n + 1$)

The total normal stress in an arbitrary section of the pipeline, taking into account the bending stiffness, is equal to

$$\sigma_n(\varepsilon) = \frac{Q_1^{(1)}}{F} (m_1 + m_2) l g + \frac{EI_p}{W_p} \varkappa(\varepsilon) \quad (12)$$

It is possible to determine the cross-section of the pipeline $\varepsilon = \varepsilon_*$, where $\sigma_n(\varepsilon)$ - reaches the maximum value

$$\max \sigma_n(\varepsilon) = \sigma_n(\varepsilon_*) = \frac{Q_1^{(1)}(\varepsilon_*)}{F} (m_1 + m_2) l g + \sigma_{\text{нз}}(\varepsilon_*) \quad (13)$$

For the proper functioning of pipeline, the maximum stress must satisfy the condition

$$\max \sigma_n \leq [\sigma]_{\text{д}} \quad , \quad (14)$$

where $[\sigma]_{\text{д}}$ - permissible stress, which is established from the operating experience of similar systems.