

მასალათა მექანიკა

მოქნილ ღეროზე მოქმედი აეროდინამიკური ძალების განსაზღვრა და მისი გავლენა ღეროს დაჭიმულობისა და ფორმაზე

ალექსანდრე ბაძგარაძე

Aleksandre.badzgaradze@atsu.edu.ge

აკაკი წერეთლის სახელმწიფო უნივერსიტეტი

ქუთაისი, საქართველო

DOI:<https://doi.org/10.52340/atsu.2025.2.26.15>

ნაშრომში განხილულია აბსოლუტურად მოქნილი ღეროების მექანიკის საკითხები, კერძოდ, აეროდინამიკური ძალების გავლენა ღეროს დაძაბულ-დეფორმირებულ მდგომარეობაზე. მიღებულია წონასწორობის განტოლებები და რიცხვითი ამოხსნის შედეგებზე დაყრდნობით გაკეთებულია შესაბამისი დასკვნები.

საკვანძო სიტყვები: აბსოლუტურად მოქნილი ღერო, აეროდინამიკური ძალა, კარმანის ძალა, რეინოლდსის რიცხვი

აბსოლუტურად მოქნილი ღეროების ქვეშ იგულისხმებიან კონსტრუქციის ის ელემენტები, რომელთა სიხისტე ღუნვასა და გრეხაზე მნიშვნელოვნად მცირეა სხვა პარამეტრებთან შედარებით. გაანგარიშების გამარტივების მიზნით ასეთი სიდიდეები მხედველობაში არ მიიღება და ვითვალისწინებთ მხოლოდ დაჭიმულობის ძალებს, რომლებიც მნიშვნელოვან გავლენას ახდენენ კონსტრუქციის სიმტკიცეზე. აბსოლუტურად მოქნილ ღეროებს(მაფი) ფართო გამოყენება აქვს ტექნიკის სხვადასხვა დარგში. ასეთად შეიძლება ჩაითვალოს ელექტროგადამცემი ხაზები, სითხეების გადასატუმბად გამოყენებული შლანგები, ლენტური რადიატორები და სხვა. ტერმინი „მაფი“ მომდინარეობს იქიდან, რომ ასეთი ამოცანები თავდაპირველად განიხილებოდა მსუბუქ მრეწველობაში წარმოქმნილი პრობლემების გამხილვის დროს. კერძოდ, მაფის გაანგარიშებისას სიმტკიცეზე და, აგრეთვე, აეროდინამიკური ძალების გავლენა მის ფორმასა და გამძლეობაზე.

ექსპლოატაციის რეალურ პირობებში ისინი განიცდიან ჰიდრო და აეროდინამიკური ძალების ზემოქმედებას. ამ ზემოქმედების შედეგად მნიშვნელოვნად იცვლება როგორც დაჭიმულობა, რომელიც განსაზღვრავს ღეროს სიმტკიცეს, ასევე მისი მდებარეობა სივრცეში. ამიტომ, აუ-

ა. ზაბგარაძე

ცილებელია, ეს გავლენები გათვალისწინებული იქნას პროექტირების ეტაპზე.

ღეროსა და ნაკადის ურთიერთქმედების გამოკვლევისას ძირითადი სირთულე მდგომარეობს აეროდინამიკური ძალების განსაზღვრაში. ეს ძალები დამოკიდებული არიან ნაკადის სიჩქარესა და მოცემულ წერტილში ღეროს ღერძულა ხაზის მხებს შორის კუთხეზე.

ასეთი კონსტრუქციების გაანგარიშება შეიძლება განვიხილოთ რამდენიმე ეტაპად:

1) ღეროს სტატიკური წონასწორობის დადგენა, როცა მასზე მოქმედებს გარე ნაკადი. შლანგების შემთხვევაში გათვალისწინებული უნდა იქნას შიგა ნაკადის გავლენაც. განსაზღვრული უნდა იყოს ღეროს წონასწორობის ფორმები და დაჭიმულობა.

2) სტატიკური წონასწორობის მდგომარეობაში მასზე მოქმედი ცვლადი გარე და შიგა ძალებით შეიძლება გამოწვეული იყოს რხევითი მოძრაობები, რაც მნიშვნელოვნად ცვლის დამაბულ-დეფორმირებულ მდგომარეობის სურათს კონსტრუქციაში. ამიტომ აუცილებელია პირველ რიგში გადაიჭრას თავისუფალი რხევის ამოცანა: განისაზღვროს საკუთარი რხევის სიხშირეები და ფორმები. ეს უკანაკნელი გათვალისწინებული უნდა იყოს იძულებითი რხევების გაანგარიშების დროს.

პირველ რიგში უნდა მოხდეს კონსტრუქციაზე მოქმედი გარე ძალების განსაზღვრა. ძირითადი სირთულე ღეროზე გარე ნაკადის ზემოქმედების განსაზღვრაში მდგომარეობს მასში, რომ ისინი არსებითად დამოკიდებული არიან ნაკადის მიმართულებასა და ღეროს მხებს შორის კუთხეზე. რადგან ღეროს აქვს სივრცითი მრუდი წირის ფორმა, ამიტომ ეს კუთხე იცვლება ღეროს წირითი კოორდინატის ცვლილებასთან ერთად. მოქმედი ძალა ასევე დამოკიდებულია გარსდენის რეჟიმზე, რომელიც, თავის მხრივ, დამოკიდებულია მასზე, ღერო უძრავია თუ მოძრავი.

სტატიკის ამოცანის ამოხსნის დროს ვთვლით, რომ ადგილი აქვს პოტენციალურ(ლამინარულ) დინებას. ეს სამართლიანია ნაკადის გარკვეული სიჩქარისათვის და რეინოლდსის რიცხვის გარკვეული მნიშვნელობისათვის. რეინოლდსის რიცხვი განისაზღვრება ტოლობით (Девнин 1983, 95)

$$Re = \frac{vd}{\nu},$$

სადაც ν - ნაკადის სიჩქარეა, d - ღეროს განივი კვეთის დიამეტრი (იგულისხმება, რომ ღერო განივი კვეთი არის წრე), ხოლო ν - სითხის კინეტიკური სიბლანტის კოეფიციენტი.

რეინოლდსის რიცხვის მიხედვით გვაქვს დინების განსხვავებული რეჟიმი:

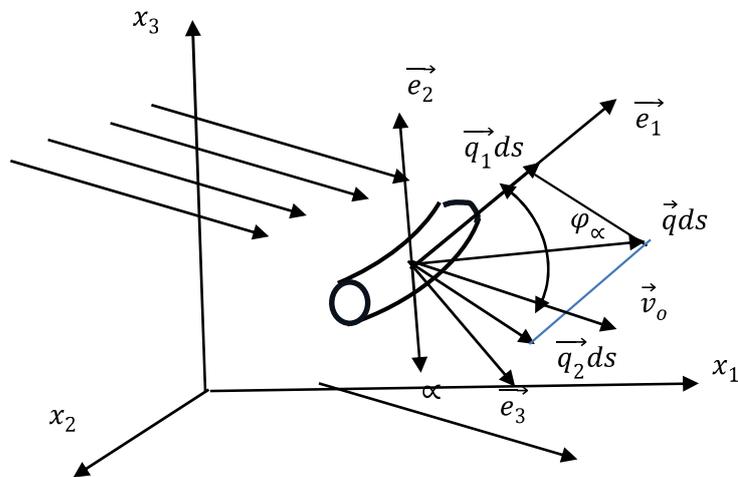
1) როცა $0 \leq Re \leq 40$ ადგილი აქვს ლამინარულ დინებას.

2) როცა ნაკადი სასაზღვრო ფენაში და სხეულის უკან გადადის ლამინარულიდან ტურბულენტურ დინებაში, იწყება წნევის პულსაცია, მაშინ გვაქვს გარსდენის კრიტიკული რეჟიმი. ამ რეჟიმს შეესაბამება დიაპაზონი $40 \leq Re \leq 150$. ცილინდრის უკან ხდება ნაკადის მოწყვეტა და მოწყვეტის სიხშირით განისაზღვრება სტრუხალის რიცხვი

$$Sh = \frac{\omega d}{\nu},$$

სადაც ω ნაკადის ნაწილაკების მოწყვეტის სიხშირეა.

3) კრიზისის შემდგომი, ანუ ტურბულენტური რეჟიმი, როცა სასაზღვრო ფენასა და სხეულის უკან დამყარებული ტურბულენტური დინებაა. ამ რეჟიმში რეინოლდსის რიცხვი იცვლება 150-დან 300-მდე. ამ დროს კვეთის კონტურის არასიმეტრიულობის გამო, გაჩნდება ძალები, რომ-



ნახ.1. მოქნილი ღეროს ელემენტზე მოქმედი დატვირთვა.

ლებიც მოქმედებენ სხეულზე ნაკადის მოწყვეტის სიხშირით და იწვევენ რხევით მოძრაობას (კარმანის ძალები).

ა. ზამგარაძე

თუ ღეროს დრეკადი ჩამაგრება აქვს, მაშინ ის იწყებს რხევას და თუ მისი სიხშირე დაემთხვა ერთერთ საკუთარი რხევის სიხშირეს, ვღებულობთ რეზონანსულ რხევებს, რამაც შეიძლება გამოიწვიოს კონსტრუქციის რღვევა.

აღწერილი პროცესის შესასწავლად განვიხილოთ ცალკეული შემთხვევები.

1. როდესაც აეროდინამიკური ძალა მოქმედებს უძრავ სხეულზე. განვიხილოთ უძრავი ღეროს ელემენტი (ნახ. 1). ნაკადის სიჩქარე ღეროს ცენტრალურ ღერძთან ადგენს φ_a კუთხეს. სიჩქარის ნაკადი დავშალოთ ორ მდგენელად: მხები - v_1 და ნორმალი - v_n მდგენელი. შეიძლება დავწეროთ:

$$|v_1| = v_0 \cos \varphi_a; |v_n| = v_0 \sin \varphi_a. \quad (1)$$

ცდების საშუალებით დგინდება, რომ აეროდინამიკური ძალების სიდიდე დამოკიდებულია მოცემული მიმართულებით სიჩქარეზე (Routh 1984) და მისი კვადრატის პროპორციულია.

$$q_n = c_n \rho \frac{dv_n^2}{2}, q_1 = c_1 \rho \frac{dv_1^2}{2}, \quad (2)$$

სადაც c_n და c_1 - აეროდინამიკური კოეფიციენტებია და განისაზღვრება ექსპერიმენტალურად, ხოლო d ღეროს კვეთის დიამეტრია.

კუთხე ნაკადის სიჩქარესა და ღერძის მხებს შორის განისაზღვრება ტოლობით

$$\cos \varphi_a = \frac{\vec{v}_0 \cdot \vec{e}_1}{v_0}. \quad (3)$$

სადაც \vec{e}_1 - მხების მგეზავია.

უძრავ კოორდინატა სისტემაში (ზოგად შემთხვევაში) გვაქვს

$$\vec{v}_0 = v_0 \cos \alpha \cos \beta \vec{t}_1 + v_0 \sin \beta \vec{t}_2 + v_0 \sin \alpha \cos \beta \vec{t}_3,$$

$$\vec{e}_1 = \frac{\partial x_1}{\partial s} \vec{t}_1 + \frac{\partial x_2}{\partial s} \vec{t}_2 + \frac{\partial x_3}{\partial s} \vec{t}_3.$$

(3) ტოლობის გათვალისწინებით ვიპოვიტ $\cos \varphi_a$.

ტოლობებით:

$$(\vec{q}_n \cdot \vec{e}_1) = 0, \vec{q}_n \cdot (\vec{e}_v \times \vec{e}_1) = 0, q_n^2 = q_{n0}^2 \sin^4 \varphi_a.$$

ამ ტოლობების გარდაქმნის შემდეგ მივიღებთ აეროდინამიკური ძალის ნორმალური მდგენელის გეგმილებს შესაბამის ღერძებზე:

$$q_{nx1} = q_{n0} \sin \varphi_a (\cos \alpha \cos \beta - x_1 \cos \varphi_a),$$

$$q_{nx2} = q_{n0} \sin \varphi_a (\sin \beta - x_2 \cos \varphi_a), \quad (4)$$

$$q_{nx} = q_{n0} \sin \varphi_a (\sin \alpha \cos \beta - x_3 \cos \varphi_a).$$

ანალოგიური გარდაქმნებით მივიღებთ გამოსახულებებს მხები ძალის შემთხვევაში:

$$q_{1xi} = q_{10} \cos^2 \varphi_a x_i \operatorname{sign}(\cos \varphi_a). \quad (5)$$

ამ გამოსახულებების გათვალისწინებით ღეროს წონასწორობის განტოლებები (Светлицкий 1982,83) უგანზომილებო სიდიდეებში მიიღებს სახეს:

$$\frac{dQ_{xi}}{d\varepsilon} + q_{nxi} + q_{1xi} - \delta_{2i} = 0; \quad i = 1,2,3. \quad (6)$$

ღეროზე მოქმედი აეროდინამიკური ძალის გამოსახულებაში შედის სიდიდეები, რომლებიც განსაზღვრავენ მის მდებარეობას და დაჭიმულობას. ამიტომ საჭიროა პირველ რიგში ამოიხსნას (6) განტოლები და შემდეგ განისაზღვროს მოქმედი ძალები. განტოლებების ინტეგრებისას ვსარგებლობთ თანდათანობითი დატვირთვის მეთოდით, რომლის თანახმად, დატვირთვები თანდათანობით იზრდება ნულიდან იმ მნიშვნელობამდე, რომელიც შეესაბამება ნაკადი მოცემულ მნიშვნელობას. ნაზრდის ყოველ ბიჯზე Q_1 და x_i სიდიდეები მცირედით იცვლება. ამიტომ ვწერთ

$$Q_{xi}^{(1)} = Q_{xi0} + \Delta Q_{xi}^{(1)}, \quad Q_1^{(1)} = Q_{10} + \Delta Q_1^{(1)}, \quad x_i^{(1)} = x_{i0} + \Delta x_i^{(1)}, \\ q_{axi} = q_{axi0} + \Delta q_{axi}^{(1)}. \quad (7)$$

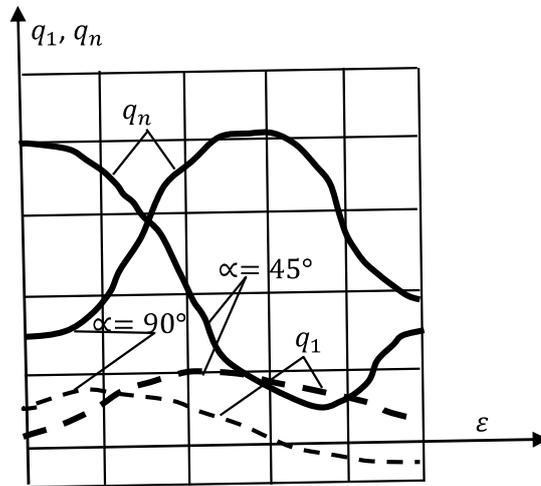
ამ გამოსახულების ჩასმა (6) განტოლებებში და გარდაქმნა მოგვცემს განტოლებებს პირველი მიახლოების საპოვნელად.

$$\frac{d\Delta Q_{xi}^{(1)}}{d\varepsilon} + \Delta q_{axi}^{(1)} = 0, \quad i = 1,2,3 \quad (8)$$

ანალოგიური გარდაქმნებით გადაადგილების ნაზრდისათვის მივიღებთ დამატებით სამ დიფერენციალურ განტოლებას (Бадзгарадзе 1984, 33)

$$\frac{d\Delta x_1^{(1)}}{d\varepsilon} = \frac{1}{Q_{10}} [(1 - x_{10}^2) \Delta Q_{x_1}^{(1)} - x_{10} x_{20} \Delta Q_{x_2}^{(1)} - x_{10} x_{30} \Delta Q_{x_3}^{(1)}], \\ \frac{d\Delta x_2^{(1)}}{d\varepsilon} = \frac{1}{Q_{10}} [-x_{10} x_{20} \Delta Q_{x_1}^{(1)} + (1 - x_{20}^2) \Delta Q_{x_2}^{(1)} - x_{20} x_{30} \Delta Q_{x_3}^{(1)}], \quad (9) \\ \frac{d\Delta x_3^{(1)}}{d\varepsilon} = \frac{1}{Q_{10}} [-x_{10} x_{30} \Delta Q_{x_1}^{(1)} - x_{20} x_{30} \Delta Q_{x_2}^{(1)} + (1 - x_{30}^2) \Delta Q_{x_3}^{(1)}].$$

რადგან $\Delta q_{ax_i}^{(1)}$ ცნობილია, ამიტომ (8) განტოლებებიდან ვპოულობთ

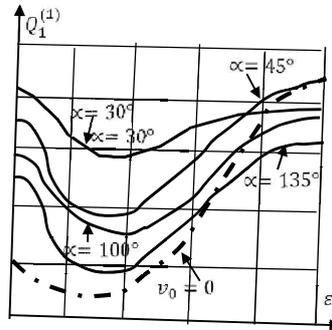


ნახ. 2. მოქნილ ღეროზე მოქმედი აეროდინამიკური ძალების განაწილება ღეროს გასწვრივ.

$\Delta Q_{x_i}^{(1)}$, ხოლო შემდეგ (9) განტოლებებიდან ვპოულობთ $\Delta x_i^{(1)}$ სიდიდეებს. პირველი ბიჯის შემდეგ მივიღებთ დაჭიმულობის ძალისა და გადაადგილების ახალ მნიშვნელობებს.

ასე ვაგრძელებთ გამოთვლებს, სანამ არ მივაღწევთ დატვირთვის მაქსიმალურ მნიშვნელობამდე.

მე-2 ნახაზზე გამოსახულია აეროდინამიკური ძალების დამოკიდებულება ნაკადის მიმართულებაზე. როგორც ნახაზიდან ჩანს აეროდინამიკური ძალის ნორმალური მდგენელი რამდენჯერმე აღემატება მხებ მდგენელს, ამიტომ, თუ დიდი სიზუსტე არ მოითხოვება გაანგარიშებაში, შესაძლებელია, ანგარიშის გამარტივების მიზნით მხები ძალები უგულებელვყოთ და გავითვალისწინოთ მხოლოდ ნორმალური მდგენელი.



ნახ.3.

მე-3 ნახაზზე ნაჩვენებია ღეროს დაჭიმულობის ძალის დამოკიდებულება წონაზე და აეროდინამიკურ ძალებზე. ნახაზიდან ჩანს, რომ აეროდინამიკურ ძალებს შეუძლიათ რამდენჯერმე გაზარდონ დაჭიმულობა, რომელიც ასევე დამოკიდებულია არა მარტო ნაკადის სიდიდეზე, არამედ მიმართულებაზეც.

ლიტერატურა

- Routh, E. 1984. *The dynamics of a system of rigid bodies, part II*, London.
- Девнин, С.И., 1983. *Аеромеханика плохо овтекаемых конструкций*. Ленинград. «Судостроение» ,
- Светлиский, В. А. 1982. *Механка трубопроводв и шлангов*. Москва: «Машиностроение».
- Бадзгарაძე, А. Г., 1984. «*Определение формы равновесия и натяжения в шланге находящейся в потоке воздуха или жидкости*». *ИВУЗ, Машиностроение* № 7, 1984: 31-34.

Determination of aerodynamic forces acting on a flexible rod
and its effect on the rod's tension and shape

Alexander Badzgaradze

aleksandre.badzgaradze@atsu.edu.ge

Akaki Tsereteli State University

Kutaisi, Georgia

DOI:<https://doi.org/10.52340/atsu.2025.2.26.15>

The paper discusses issues of the mechanics of absolutely flexible rods, in particular, the influence of aerodynamic forces on the stressed-deformed state of the rod. Equilibrium equations are obtained and appropriate conclusions are drawn based on the results of numerical solution.

Keywords: *absolutely flexible rod, aerodynamic force, Karman force, Reynolds number*

Absolutely flexible rods refer to structural elements whose bending and torsional stiffness is significantly lower than other parameters. To simplify the calculation, such quantities are not taken into account and we only consider tensile forces, which have a significant impact on the strength of the structure. Absolutely flexible rods (threads) have wide applications in various fields of technology. This can include power lines, hoses used to pump liquids, ribbon radiators and more. The term "thread" comes from the fact that such tasks were originally considered when discussing problems arising in light industry. In particular, the strength of the thread when it breaks, as well as the influence of aerodynamic forces on its shape and durability.

Under real operating conditions, they are exposed to hydro and aerodynamic forces. These forces depend on the flow velocity and the angle between the tangents to the axis of the rod at a given point.

The calculation of such structures can be considered in several stages:

1) Determine the static equilibrium of a rod when an external flow acts on it. In the case of hoses, the influence of internal flow must also be taken into account.

The equilibrium shapes and tension of the rod must be determined.

2) In a state of static equilibrium, variable external and internal forces acting on it can cause oscillatory movements, which significantly changes the picture of the stressed-deformed state in the structure. Therefore, it is necessary to first solve the free oscillation problem: Determine the frequencies and shapes of natural oscillations. This latter must be taken into account when calculating forced oscillations.

First, the external forces acting on the structure must be determined. The main difficulty in determining the effects of external flow on a rod is that they depend essentially on the direction of the flow and the angle between the rod edges. Since the stem has the shape of a spatially curved line, this angle changes with the change in the linear coordinate of the stem. The applied force also depends on the Garsden mode, which, in turn, depends on whether the rod is stationary or moving.

When solving a statics problem, we assume that there is potential (laminar) flow. This is true for a given flow velocity and a given Reynolds number. The Reynolds number is given by

$$Re = \frac{vd}{\nu},$$

Where v is the flow velocity, d is the diameter of the cross-section of the rod (assuming that the cross-section of the rod is a circle), and ν is the coefficient of kinetic viscosity of the fluid.

Depending on the Reynolds number, we have different flow regimes:

1) When $0 \leq Re \leq 40$, laminar flow occurs.

2) When the flow in the boundary layer and behind the body changes from laminar to turbulent flow, pressure pulsations begin. Then we have the critical regime of the surrounding current. This mode corresponds to the range $40 \leq Re \leq 150$. The flow is interrupted behind the cylinder and the frequency of interruption determines the number of Struhal

$$Sh = \frac{\omega d}{v},$$

where ω is the cutoff frequency of the flow particles.

3) Post-crisis, or turbulent, regime, when there is a turbulent flow established behind the boundary layer and the body. In this mode, the Reynolds

number changes from 150 to 300. At this time, due to the asymmetry of the cross-sectional contour, forces will arise that act on the body at the flow cutoff frequency and cause oscillatory motion (Kármán forces).

If the rod has an elastic attachment, then it begins to vibrate, and if its frequency coincides with one of its natural vibration frequencies, we get resonant vibrations, which can lead to the failure of the structure.

To study the described process, let's consider individual cases.

Experiments have shown that the magnitude of aerodynamic forces depends on the velocity in a given direction and is proportional to its square (1).

$$q_n = c_n \rho \frac{dv_n^2}{2}, q_1 = c_1 \rho \frac{dv_1^2}{2},$$

Where c_n and c_1 are aerodynamic coefficients and are determined experimentally, and d is the cross-sectional diameter of the rod.

Plot the normal component of the aerodynamic force on the corresponding axes:

$$\begin{aligned} q_{nx1} &= q_{n0} \sin \varphi_a (\cos \alpha \cos \beta - x_1 \cos \varphi_a), \\ q_{nx2} &= q_{n0} \sin \varphi_a (\sin \beta - x_2 \cos \varphi_a), \\ q_{nx} &= q_{n0} \sin \varphi_a (\sin \alpha \cos \beta - x_3 \cos \varphi_a) \end{aligned}$$

By similar transformations we obtain the expressions in the case of tangential force:

$$q_{1xi} = q_{10} \cos^2 \varphi_a x_i \operatorname{sign}(\cos \varphi_a).$$

Taking these expressions into account, the equilibrium equations of the rod [1] in dimensionless quantities will take the form:

$$\frac{dQ_{xi}}{d\varepsilon} + q_{nxi} + q_{1xi} - \delta_{2i} = 0; i = 1, 2, 3.$$

Studies have shown that (2) the normal component of the aerodynamic force is several times greater than the tangential component, therefore, if high accuracy is not required in the calculation, it is possible to ignore the tangential forces in order to simplify the calculation and take into account only the normal component.

The analysis of the above equations allows us to conclude that aerodynamic forces significantly increase the tension in the rod. Therefore, it is necessary to take these forces into account when demolishing similar structures.