

გამოთვლითი მექანიკა

სითხის შიგა და გარე ნაკადებთან ურთიერთქმედი აბსოლუტურად მოქნილი მილსადენების გაანგარიშების ალგორითმი

ზურაბ არქანია

zurabi.arkania@atsu.edu.ge

ნოდარ მარდალეიშვილი

nodar.mardaleishvili@atsu.edu.ge

აკაკი წერეთლის სახელმწიფო უნივერსიტეტი
ქუთაისი, საქართველო

განხილულია სითხის ნაკადებთან ურთიერთქმედი მილსადენები, რომელთა ძირითადი დანიშნულებაა ზღვებისა და ოკეანეების ფსკერიდან გრუნტის ამოღება. დამუშავებულია შეყურსული და განაწილებული ძალებით დატვირთული და სითხის ნაკადში მყოფი აბსოლუტურად მოქნილი მილსადენების გაანგარიშების ერთი ალგორითმი, სადაც გათვალისწინებულია, რომ მილსადენის შიგა ნაკადის სიჩქარე \bar{w} წარმოადგენს ორი არგუმენტის ფუნქციას $\bar{w} = \bar{w}(s, t)$, სადაც s - არის მილსადენის ღერძული წირის რკალური კოორდინატი, t - არის დრო. გადმოცემული ალგორითმი საშუალებას იძლევა განისაზღვროს მილსადენის ფორმები და მილსადენში აღძრული ღერძული ძალები და შემდეგ შეფასდეს მილსადენის სიმტკიცე, ისე რომ გათვალისწინებულ იქნას ღერძული ძალებით გამოწვეული და მილსადენის ღუნვით გამოწვეული ნორმალური ძაბვები.

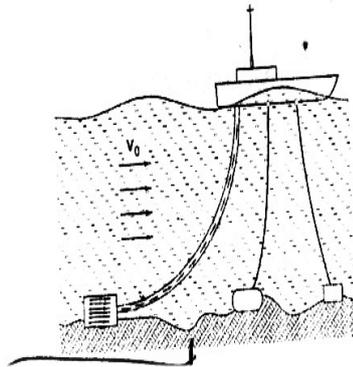
საკვანძო სიტყვები: მილსადენი, ჰიდროდინამიკური ძალა, ღერძული ძალვა, ძაბვა, ხახუნის ძალა, სიმტკიცის შეფასება, მოძრაობის განტოლება.

მილსადენების, შლანგების, მოქნილი ღეროების გაანგარიშებისას, რომელთა სიგრძე მნიშვნელოვნად აღემატება განიკვეთის დიამეტრს, შეიძლება უგულებელვყოთ სიხისტე ღუნვაზე და გრეხაზე და ვისარგებლოთ აბსოლუტურად მოქნილი მილსადენების მოდელით, რადგან ამ დაშვებით ცდომილობა არ აღემატება (5-7) % (Светлицкий 1982: 7-11). აბსოლუტურად მოქნილი მილსადენები, შლანგები, მოქნილი ღეროები ფართოდ გამოიყენება ტექნიკის სხვადასხვა დარგში. მათ გამოყენებით მექანიკაში ჩვეულებრივ მიეკუთვნება ელექტროგადამცემი ხაზები, სითხის სატუმბი შლანგები, შლანგები და მილსადენები ზღვიდან სასარგებლო წიაღისეულის ამოსაქაჩად, მილსადენები, რომლებიც გამოიყენებიან საზღვაო პორტებში შემოსასვლელი არხების გასასუფთავებლად, მოქნილი ღეროები რადიატორებში და კოსმოსურ საკაბელო სისტემებში და ა.შ. ამ შემთხვევებში მილსადენებზე (ღეროებზე)

ზ. არქანია, ნ. მარდალეიშვილი

ერთდროულად მოქმედებენ შეყურსული ძალები და განაწილებული ჰიდროდინამიკური (აეროდინამიკური) ძალები, ამიტომ მოსალოდნელია მილსადენში მაქსიმალური ძაბვის მნიშვნელოვანი ზრდა, რამაც შეიძლება გამოიწვიოს მილსადენის რღვევა, რაც ხშირად დაკავშირებულია დიდ ეკონომიკურ და ეკოლოგიურ ზარალთან.

აბსოლუტურად მოქნილი ღეროების (მილსადენების) მექანიკაში ინტენსიურად მუშაობდნენ პროფ. ვ.ა. სვეტლიცკი და მისი მოწაფეები (Светлицкий 1972, Светлицкий 2001, Светлицкий 1982, Сагинадзе 1983, Бадзгарაძე 1984, Сулаберидзе 1983, Аркания 2008, Аркания 2019) და ა.შ. მათ შეისწავლეს აბსოლუტურად მოქნილი ღეროების (შლანგების) სტატიკისა და დინამიკის მრავალი პრობლემა, მიუხედავად ამისა მილსადენების (შლანგების) მექანიკის ბევრი პრობლემა ჯერ კიდევ სრულყოფილად არ არის შესწავლილი. მაგალითად, ამოცანები რომლებიც დაკავშირებულია ნავსადგურების შემოსასვლელი არხების გაწმენდისა და გაღრმავების საკითხებთან. ამ ამოცანების წარმატებით გადაწყვეტა, მაგალითად, ფოთის ნავსადგურს ყოველწლიურად ასეული ათასობით დოლარის ეკონომიას მოუტანს.



ნახ. 1. შემოსასვლელი არხის გაწმენდის პროცესი - გრუნტის ამოღება ზღვის ფსკერიდან (Svetlitskiy 2001:43).

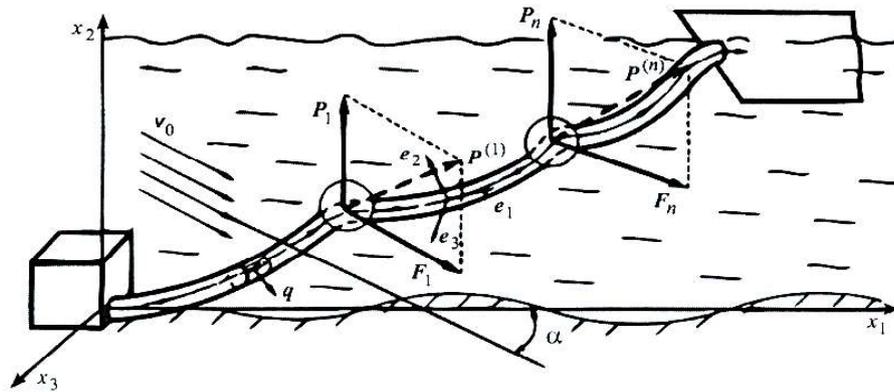
წინამდებარე ნაშრომში შემოთავაზებულია აბსოლუტურად მოქნილი მილსადენების გაანგარიშების ალგორითმი ზღვის ფსკერიდან გრუნტის ამოღების დროს და მოყვანილია მაგალითი, როცა მილსადენზე მოდებულია ორი შეყურსული ძალა (ან ორი ტივტივა) და მილსადენს აქვს სამი უბანი.

მე-2 ნახაზზე მოცემულია მილსადენის გაანგარიშების სქემა, რომლის დანიშნულებაცაა ზღვის ფსკერიდან გრუნტის ამოღება (Svetlitskiy 2001: 81).

მოდებულია ორი შეყურსული ძალა (ან ორი ტივტივა) და მილსადენს აქვს სამი უბანი.

მე-2 ნახაზზე მოცემულია მილსადენის გაანგარიშების სქემა, რომლის დანიშნულებაა ზღვის ფსკერიდან გრუნტის ამოღება (Svetlitskiy 2001: 81).

როდესაც მილსადენი, რომელსაც გაჩნია ტივტივები, იტვირთება არქიმედეს შეყურსული $\bar{P}_1, \bar{P}_2 \dots \bar{P}_n$ ძალებით, ტივტივებზე მოქმედი სითხის ნაკადი წარმოშობს $\bar{F}_1 \bar{F}_2 \dots \bar{F}_n$ შეყურსულ ძალებს. ნახ. 2-ზე \bar{P}_i და \bar{F}_i ძალები შევცვალოთ მათი ტოლქმედებით, მივიღებთ მილსადენს, რომელიც დატვირთულია ცნობილი შეყურსული ძალებით $P^{(1)}, P^{(2)} \dots P^{(n)}$, ვგულისხმობთ, რომ ზოგადად მილსადენზე არის n ტივტივა.



ნახ. 2. მილსადენის საგარიშო სქემა.

მილსადენის გაანგარიშებისას ვიყენებთ შიგა ნაკადის, მოძრაობის განტოლებას და მილსადენის უბნების (ორ მომდევნო შეყურსული ძალის მოდების წერტილების შორის შუალედი) წონასწორობის განტოლებებს, რომლებსაც უგანზომილებო ფორმით აქვს შემდეგი სახე ($s = \varepsilon \cdot \ell, Q = \bar{Q}(m_1 + m_2)g\ell, P = \bar{P}(m_1 + m_2)g\ell, q = \bar{q}(m_1 + m_2)g, w = \bar{w}\sqrt{g\ell}, x = \bar{x}\ell$, სადაც ε - არის უგანზომილებო რკალური კოორდინატი, τ - უგანზომილებო დრო, \bar{Q} - უგანზომილებო ღერძული ძალვა, \bar{q} - უგანზომილებო ჰიდროდინამიკური განაწილებული დატვირთვა, \bar{P} - სითხის წნევის ძალა უგანზომილებო ფორმით, \bar{w} - შიგა ნაკადის სიჩქარე უგანზომილებო ფორმით, ტალღის სიმბოლოს მიღებულ განტოლებებში უგულებელვოთ):

$$\frac{d}{d\varepsilon} \left(Q_1^{(j)} \frac{dx_i}{d\varepsilon} \right) + q_{ax_i}^{(j)} - \delta_{2i} = 0 \quad (i = 1, 2, 3), \quad (1)$$

სადაც

$$\varepsilon_{j-1} < \varepsilon < \varepsilon_j \quad (j = 1, 2, \dots, n + 1).$$

ზ. არქანია, ნ. მარდალეიშვილი

ეს განტოლებები შეგვიძლია ჩავწეროთ ასე:

$$\begin{cases} \frac{dQ_{xi}^{(j)}}{d\varepsilon} + q_{ax_i} - \delta_{2i} = 0 & i = 1,2,3, \\ \frac{dx_i}{d\varepsilon} = \frac{Q_{xi}}{Q_1} & \varepsilon_{j-1} < \varepsilon < \varepsilon_j \quad (j = 1,2, \dots, n+1), \end{cases} \quad (2)$$

სადაც $Q_{xi} (i = 1,2,3)$ - მხოლოდ გარე ძალებით გამოწვეული \bar{Q}_1 ღერძული ძალვის გეგმილება საკოორდინატო ღერძებზე, ხოლო ტივტივების წონასწორობის განტოლებებს, ჩაწერილს დეკარტის საკოორდინატო ღერძებზე გეგმილებში, უგანზომილებო ფორმით აქვთ სახე:

$$\begin{aligned} -Q_{xi}^{(j)}(\varepsilon_i) + Q_{xi}^{(j+1)}(\varepsilon_i) + F_j(\delta_{1i}\cos\alpha + \delta_{3i}\sin\alpha) + \delta_{2i}P^{(j)} &= 0 \\ (i = 1,2,3 \quad j = \overline{1,n}) & \quad (3) \end{aligned}$$

$Q_1 = Q_1(\varepsilon)$ - ღერძული ძალვა მილსადენში, $Q^{(j)}(\varepsilon_j)$ და $Q^{(j+1)}(\varepsilon_j)$ - ღერძული ძალებია მილსადენის j -ური უბნის ბოლოსა და $(j+1)$ -ური უბნის დასაწყისში შესაბამისად; $P^{(j)} (j = \overline{1,n})$ შესაბამისი შეყურსული ძალების სიდიდეებია; $\varepsilon_k (k = \overline{1,n})$ - შეყურსული ძალების მოდების წერტილების რკალური კოორდინატებია; $\delta_{ij}, i, j = 1,2,3$ - კრონეკერის სიმბოლოებია; $q_a^{(j)}$ - ჰიდროდინამიკური განაწილებული დატვირთვებია; $x_i (i = 1,2,3)$ - მილსადენის ღერძული წირის წერტილების დეკარტის კოორდინატები. სფერული ტივტივებისათვის ჰიდროდინამიკური ძალების F_j სიდიდეებს უგანზომილებო ფორმით აქვს სახე (Кульмач 1981):

$$F_j = \frac{\pi c \rho_B V_0^2 D_k^2}{8 m_1 g \ell} \quad (4)$$

აქ C - ჰიდროდინამიკური კოეფიციენტია; D_k - ტივტივას დიამეტრია; ρ_B - ჰაერის ან სითხის სიმკვრივე, V_0 - გარე ნაკადის სიჩქარე; m_1 - მილსადენის ერთეული სიგრძის მასა; ℓ - მილსადენის სიგრძე. განაწილებული ჰიდროდინამიკური ძალების გეგმილები, როდესაც გარე ნაკადის სიჩქარის \vec{V}_0 ვექტორი Ox_1x_3 სიბრტყის პარალელურია, ჩავწეროთ შემდეგი სახით (Светлицкии 1982: 73-77):

$$\begin{aligned} q_{ax_1} &= q_{n0} \sin\varphi_a \cos\alpha + \cos\varphi_a (q_{10} \cos\varphi_a - q_{n0} \sin\varphi_a) \frac{dx_1}{d\varepsilon}, \\ q_{ax_2} &= \cos\varphi_a (q_{10} \cos\varphi_a - 2q_{n0} \sin\varphi_a) \frac{dx_2}{d\varepsilon}, \end{aligned} \quad (5)$$

$$q_{ax_3} = q_{n0} \sin\varphi_a \sin\alpha + \cos\varphi_a (q_{10} \cos\varphi_a - q_{n0} \sin\varphi_a) \frac{dx_3}{d\varepsilon}$$

$$\cos\varphi_a = \frac{dx_1}{d\varepsilon} \cos\alpha + \frac{dx_2}{d\varepsilon} \sin\alpha, \quad q_{n0} = \frac{c_n \rho_B d V_0^2}{2 m_1 g}, \quad q_{10} = \frac{c_1 \rho_B d V_0^2 \operatorname{sign}(\cos\varphi_a)}{2 m_1 g}.$$

აქ c_1 და c_n ჰიდროდინამიკური კოეფიციენტებია; α - კუთხე გარე ნაკადის V_0 სიჩქარესა და Ox_1 ღერძს შორის, d - მილსადენის დიამეტრი; q_{10}, q_{n0} - სრული განაწილებული ჰიდროდინამიკური \bar{q}_a ძალის

გეგმილება მხების მიმართულებაზე და მილსადენის ღერძული წირის მართობ სიბრტყეზე შესაბამისად. (2) განტოლებების ამონახსნებმა უნდა დააკმაყოფილოს სასაზღვრო პირობები:

$$x_1 = x_2 = x_3 = 0, \text{ როცა } \varepsilon = 0 - \text{ მილსადენის მარცხენა ბოლოში,}$$

$$x_1 = x_{1k}; \quad x_2 = x_{2k}; \quad x_3 = 0, \quad \text{ როცა } \varepsilon = 1 - \quad (6)$$

მილსადენის მარჯვენა ბოლოში.

ტივტივების წონასწორობის განტოლებები და მილსადენის უბნების შეერთების პირობებია:

$$Q_i^{(j)}(\varepsilon_j) = Q_i^{(j+1)}(\varepsilon_j) \quad i = 1, 2, 3 \quad (j = \overline{1, n+1}). \quad (7)$$

მილსადენში გრუნტისა და წყლის შიგა ნაკადის მოძრაობის განტოლების მისაღებად დაშვებულია, რომ მილსადენში ნაკადის სიჩქარე \bar{w} დამოკიდებულია ორ პარამეტრზე $\bar{w} = \bar{w}(s, t)$, სადაც S არის რკალური კოორდინატი, t - დრო. უგანზომილებო სიდიდე $\bar{w} = \bar{w}(\varepsilon, \tau)$. მილსადენის შიგა ნაკადის მოძრაობის განტოლების გეგმილი მოძრაობის ტრაექტორიის მხებ წრფეზე იქნება (უგანზომილებო სახით):

$$n_1 \frac{\partial w}{\partial \tau} = - \frac{\partial P_0}{\partial \varepsilon} - n_1 x_2' - \mu, \quad (8)$$

სადაც

$$n_1 = \frac{m_2}{m_1 + m_2}; \quad \mu = a_1 w^2; \quad a_1 = \frac{\lambda \rho_2 \ell s}{8(m_1 + m_2)}; \quad \lambda = \frac{64v}{wd}$$

μ - ხახუნის ძალა გრუნტის ელემენტის ნაწილაკებსა და მილსადენის კედელს შორის, m_1 - მილსადენის ერთეული სიგრძის მასა, m_2 - მილსადენის ერთეულ სიგრძეზე მოსული შიგა ნაკადის მასა; v - შიგა ნაკადის სიბლანტე, ρ_2 - შიგა ნაკადის სიმკვრივე; d - ნახვრეტის დიამეტრი; S - შიგა ზედაპირის პერიმეტრი; ℓ - მილსადენის სიგრძე; x_2 - მილსადენის ღერძული წირის მიმდინარე წერტილის კოორდინატი (Яблонский 1961, Лоицянский 1978).

(2) განტოლებათა სისტემა შეიძლება გადაიწეროს შემდეგი სახით:

$$\frac{dx_i^{(j)}}{d\varepsilon} = f_i^{(j)}(Q_{x_1}^{(j)}, Q_{x_2}^{(j)}, Q_{x_3}^{(j)}, x_1^{(j)}, x_2^{(j)}, x_3^{(j)}), \quad (9)$$

$$\frac{dQ_{x_i}^{(j)}}{d\varepsilon} = f_{3+i}^{(j)}(Q_{x_1}^{(j)}, Q_{x_2}^{(j)}, Q_{x_3}^{(j)}, x_1^{(j)}, x_2^{(j)}, x_3^{(j)}), \quad i = 1, 2, 3 \quad j = \overline{1, n+1}.$$

თუ შემოვიღებთ აღნიშვნებს $x_i = y_i, Q_{x_i} = Y_{3+i}$, მაშინ (9) სისტემა მიიღებს სახეს:

$$\frac{dy_i^{(j)}}{d\varepsilon} = f_i^{(j)}(Y_1^{(j)}, Y_2^{(j)}, Y_3^{(j)}, Y_4^{(j)}, Y_5^{(j)}, Y_6^{(j)}) \quad i = 1, 2, 3; j = \overline{1, n+1} \quad (10)$$

ამ დროს (6) სასაზღვრო პირობები, მილსადენის უბნების შეერთების პირობები და ტივტივების წონასწორობის განტოლებები მიიღებენ სახეს:

$$Y_i^{(1)}(0) = 0, \quad Y_i^{(n+1)}(1) = X_{ik}, \quad (11)$$

ზ. არქანია, ნ. მარდალეიშვილი

$$Y_i^{(j)}(\varepsilon_j) = Y_i^{(j+1)}(\varepsilon_j), \quad (12)$$

$$Y_{3+i}^{(j)}(\varepsilon_j) + Y_{3+i}^{(j+1)}(\varepsilon_j) + F_j(\delta_{1i}\cos\alpha + \delta_{3i}\sin\alpha + \delta_{2i}P^{(j)}) = 0, \\ i = 1,2,3, j = \overline{1,n} \quad (13)$$

თუ ყოველ $[\varepsilon_{j-1}; \varepsilon_j]$ სეგმენტზე შემოვიღებთ აღნიშვნას:

$$\xi = \frac{\varepsilon - \varepsilon_{j-1}}{\varepsilon_j - \varepsilon_{j-1}}, \quad U_i^{(j)}(\xi) = Y_i^{(j)}(\varepsilon) = Y_i(\varepsilon_{j-1} + \xi(\varepsilon_j - \varepsilon_{j-1})), \quad j = \overline{1, n+1},$$

მაშინ (10) განტოლებათა სისტემა და (11)-(13) პირობები შეიძლება წარმოვადგინოთ შემდეგი სახით:

$$\frac{dU_i^{(j)}(\xi)}{d\xi} = R_i^{(j)}(U_1^{(j)}(\xi), U_2^{(j)}(\xi), \dots, U_6^{(j)}(\xi)), \quad (14)$$

$$U_i^{(j)}(0) = 0 \quad U_i^{(j+1)}(1) = X_{ik}, \quad (15)$$

$$U_i^{(j)}(1) = U_i^{(j+1)}(0), \quad (16)$$

$$U_{3+i}^{(j)}(\varepsilon_j) + U_{3+i}^{(j+1)}(0) + F_j(\delta_{1i}\cos\alpha + \delta_{3i}\sin\alpha + \delta_{2i}P^{(j)}) = 0, \quad (17)$$

სადაც $0 \leq \xi \leq 1; i = 1,2,3; j = \overline{1,n}$, ხოლო x_{ik} - არიან მილსადენის მარჯვენა ბოლოს კოორდინატები.

სასაზღვრო ამოცანა (14)-(17) იხსნება სასრული სხვაობების მეთოდით.

მივიღოთ ამოხსნის ალგორითმი მილსადენის ორი შეყურსული ძალით დატვირთვის შემთხვევებისათვის.

ვივულისხმობთ რომ $F_k = 0$ ($k = 1,2 \dots n$). მილსადენის j -ური უბნის წონასწორობის განტოლობები იქნება:

$$\frac{dQ_{x_i}^{(i)}}{d\varepsilon} + q_{axi} - \delta_{2i} = 0,$$

$$\frac{dx_i^{(j)}}{d\varepsilon} = \frac{Q_{xi}}{Q_1^{(j)}} \quad (i = 1,2,3), (j = 1,2,3), \quad (18)$$

სადაც $\varepsilon_{j-1} < \varepsilon < \varepsilon_j; \varepsilon_0 = 0, \varepsilon_3 = 1$.

$Q_{x_1}^{(j)}, Q_{x_2}^{(j)}, Q_{x_3}^{(j)}, x_1^{(j)}, x_2^{(j)}, x_3^{(j)}$ უცნობების, რომელთა რიცხვი 18-ის ტოლია ($j = 1,2,3$), განსაზღვრისათვის გვაქვს პირველი რიგის 18 განტოლება.

სასაზღვრო პირობები და უბნის შეერთების განტოლებები, რომელთა რიცხვი ერთად 18-ია, შემდეგია:

$$x_i^{(1)} = 0, \quad x_i^3(1) = X_{ik}; \quad (i = 1,2,3)$$

$$x_i^{(j)}(\varepsilon_j) = X_i^{(j+1)}(\varepsilon_j) \quad (i = 1,2,3); (j = 1,2),$$

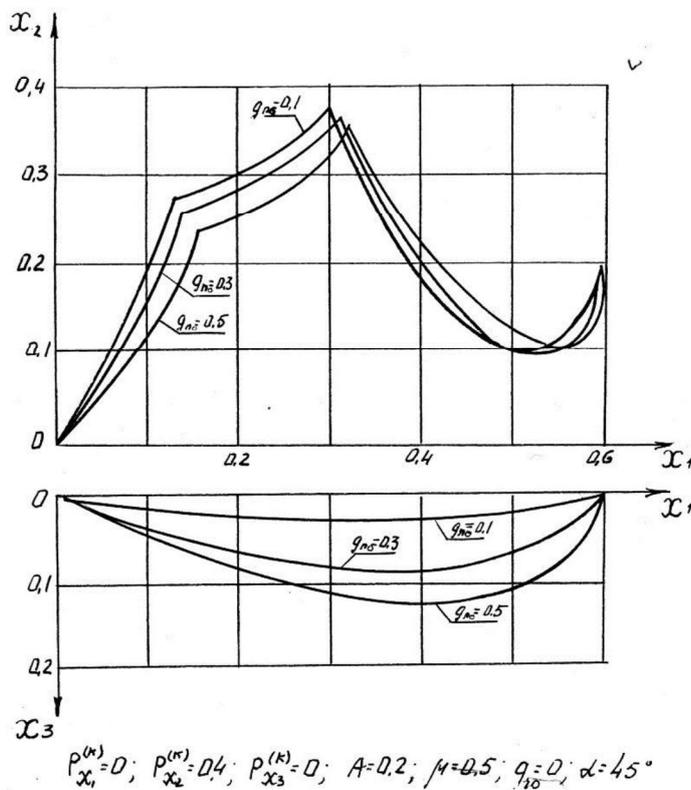
$$P_{xi} - Q_{xi}^{(j)}(\varepsilon_j) + Q_{xi}^{(j+1)}(\varepsilon_j) = 0, \quad (i = 1,2,3); (j = 1,2).$$

ამოხსნის დროს მოცემულია $X_{1k} = 0,6; X_{2k} = 0,2; X_{3k} = 0;$

$\varepsilon_1 = 0,3$; $\varepsilon_2 = 0,5$ გარე ნაკადის \bar{V}_0 სიჩქარის x_1 ღერძთან შედგენილი კუთხე $\alpha = 45^\circ$; $A = n_1 w^2$.

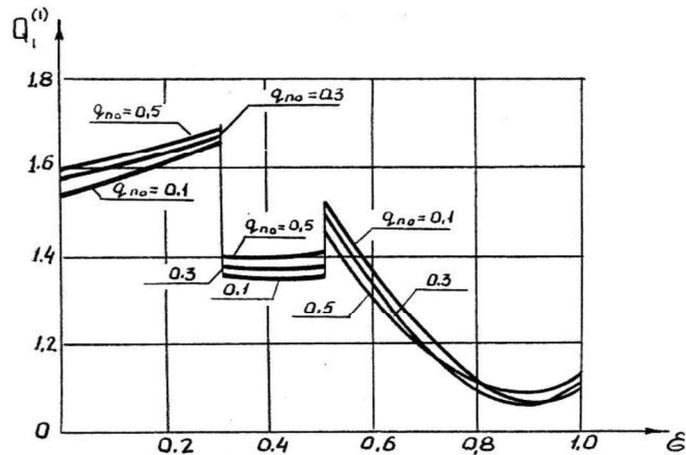
მე-3 ნახაზზე მოცემულია მილსადენის ღერძული წირის გეგმილები Ox_1x_2 და Ox_1x_3 სიბრტყეებზე შესაბამისად (ზედა და ქვედა ნახაზები). მე-4 ნახაზზე მოცემულია მილსადენის ღერძული ძაღვების გრაფიკები ჰიდროდინამიკური ძაღვების სხვადასხვა მნიშვნელობებისათვის.

$$q_{n0} = 0,1, q_{n0} = 0,3, q_{n0} = 0,5.$$



ნახაზი 3.

ზ. არქანია, ნ. მარდალეიშვილი



$$P_{x_1}^{(k)} = 0; P_{x_2}^{(k)} = 0.4; P_{x_3}^{(k)} = 0; A = 0.2; \mu = 0.5; q_{10} = 0; \alpha = 45^\circ$$

ნახაზი 4.

შიგა ნაკადის ხახუნის ძალის სხვადასხვა მნიშვნელობებისათვის ($\mu=0,2; 0,4; 0,6$) გამოთვლილია ღერძული ძალვის ექსტრემალური მნიშვნელობები, როცა $\varepsilon = 0, \varepsilon = 0,3, \varepsilon = 0,5, \varepsilon = 1$ შედგენილია ექსტრემალური მნიშვნელობების ცხრილი №1, რომელიც საშუალებას იძლევა დავადგინოთ შიგა ნაკადის ხახუნის ძალის გავლენა მილსადენში ღერძული ძალების ექსტრემალურ მნიშვნელობებზე და შემდეგ შევავსოთ მილსადენის სიმტკიცე.

ცხრილი 1.

$$P_{x_1}^{(k)} = P_{x_3}^{(k)} = 0; P_{x_2}^{(k)} = 0,4; A = 0,2$$

$$q_{10} = 0,1; q_{n0} = 0,5; \alpha = 45^\circ$$

$Q_1^{(1)} \setminus \mu$	$\mu = 0,2$	$\mu = 0,4$	$\mu = 0,6$
$Q_1^{(1)} \varepsilon = 0$	1,401	1,401	1,401
$Q_1^{(1)} \varepsilon = 0,3$	1,502	1,442	1,382
$Q_1^{(1)} \varepsilon = 0,5$	1,302	1,202	1,102
$Q_1^{(1)} \varepsilon = 1$	1,101	0,901	0,701

ლიტერატურა

- არქანია, ზურაბი, ნოდარ მარდალეიშვილი. 2021. „ჰაერის ან სითხის ნაკადში მოთავსებული აბსოლუტურად მოქნილი მილსადენების სიმტკიცის შეფასება“, აკაკი წერეთლის სახელმწიფო უნივერსიტეტის მოაზრება, №1(17), 2021: 144-150.
- Arkania, Z.M., A.G. Badzgaradze. 2008. „About the method of calculation of hoses loaded concentrated forces“. *Int. J.Problems Of Mechanic* №2(31), 2008: 72-76.
- Арканья, З. 1987: Арканья З. М. „Статика шлангов, заполненных потоком вязкой жидкости и нагруженных сосредоточенными силами“. Изв. Вуз. *Машиностроение*, №4, 1984: 11-15.
- Арканья, З., И. Сагинадзе. 2003. „Об оценке прочности шлангов“. *Проблемы прикладной механики*. №1(10), 2003: 100-103.
- Арканья, З., Н. Мардалеишвили. 2019. „Расчет абсолютно гибких стержней, нагруженных сосредоточенными силами в потоке воздуха или жидкости“. *Вестник московского университета. математика, механика, серия 1*, №4, 2019: 58-62.
- Бадзгарадзе, А. 1985. „Колебания абсолютно гибкого стержня в потоке жидкости вызванные силами Кармана" изв. ВУЗ. *Машиностроение*, №5, 1985: 73-77.
- Кульмач, А.А. 1981. *Якорные системы удержания плавующих объектов*. Л. Судостроение.
- Лоицянский, Л.Г. 1978. *Механика жидкости и газа*. М.: Наука.
- Светлицкий, В. 2001. *Механика абсолютно гибких стержней*, М.: Изд-во МАИ.
- Светлицкий, В., З. Мирошник, В. Кудрин. 1972. „Определение формы стационарного движения нити в средах различной вязкости“. *Прикладная Механика*, т. 8, вып. 4, АН СССР, 1972: 100-104.
- Светлицкий, В. 1978. *Механика гибких стержней и нитей*. М.: Машиностроение.
- Светлицкий, В. 1982. *Механика трубопроводов и шлангов*. М.: Машиностроение.
- Светлицкий, В. 1987. „Механика стержней, часть 1-Статика-М.:»Высшая школа«. *Механика стержней, часть 2-Динамика-М.:»Высшая школа*.
- Яблонский, В.С. 1961. *Краткий курс технической гидродинамики*, М.: Наука.

Computational Mechanics

An Algorithm for Calculating Absolutely Flexible Pipelines Interacting with Internal and External Fluid Flows

Zurab Arkania

zurabi.arkania@atsu.edu.ge

Nodar Mardaleishvili

nodar.mardaleishvili@atsu.edu.ge

Akaki Tsereteli State University

Kutaisi, Georgia

The paper considers the pipelines interacting with fluid flows, the main purpose of which is to remove soil from the seabed and oceans. An algorithm was developed for calculating absolutely flexible pipelines loaded with concentrated and distributed forces in the fluid flow, assuming that the internal flow velocity of the pipeline \bar{w} is a function $\bar{w} = \bar{w}(s, t)$, of two arguments, where s is an arc coordinate of the axial line, and t - time. The presented algorithm allows to determine the pipeline shapes and the axial forces driven in the pipeline, and then to evaluate the the pipeline strength so that the normal stresses induced by the axial forces and the bending of the pipeline are taken into account.

Keywords: pipeline; hydrodynamic force; axial force; stress; friction force; strength assessment; motion equation.

When sizing the pipes, hoses and flexible bars, the length of which is much greater than the diameter of the cross-section, the flexural and torsional stiffnesses can be neglected, and the model of absolutely flexible piping can be used, since with that assumption, error does not exceed 5-7% (1982, 7%). The absolutely flexible pipes, hoses, flexible bars are widely used in various fields of technology. In the applied mechanic, these are generally the power transmission lines, fluid pumping hoses, hoses and pipelines for pumping out minerals from the sea, as well as the pipelines, which are used to clean-up the inlet channels in seaports, flexible bars in the radiators and space cabling systems, etc. In these cases, the combined forces and distributed hydrodynamic (aerodynamic) forces act on the pipelines (bars) simultaneously, so significant increase in the the maximum stress in the pipeline is expected, which could lead to pipeline breakage, which in turn is often associated with large economic and environmental loss and damage.

Professor V.A. Svetlitsky and his students have been actively worked in the field of mechanics of absolutely flexible bars (pipelines) (Svetlitskiy 1972, Svetlitskiy 2001, Svetlitskiy 1982, Saginadze 1983, Badzgaradze 1984, Sulaberidze, Arkania 2008, Arkania 2019). They have studied many problems with the statics and dynamics of absolutely flexible bars (hoses). In spite of that, many problems related to mechanics of pipelines (hoses) have yet to be thoroughly studied, such as problems related to clearing and deepening of entrance channels of the ports. Successful completion of these tasks, for example, will save the Poti Port hundreds of thousands of dollars each year by removing soil from the seabed (Svetlitskiy 2001).

The present paper proposes an algorithm for calculating absolutely flexible pipelines when removing soil from the seabed, and gives an example where two compressive forces (or two boreholes) are applied to a pipeline and the pipeline has three sections.

Figure 1 illustrates the pipeline sizing scheme, the purpose of which is to remove the soil from the seabed (Svetlitskiy 2001).

When the pipeline having the floats is loaded by the Archimedes's concentrated $\bar{P}_1, \bar{P}_2 \dots \bar{P}_n$ forces, the fluid flow acting on the floats generates the $\bar{P}_1, \bar{P}_2 \dots \bar{P}_n$ concentrated forces. Let us replace the forces \bar{P}_i and \bar{F}_i in Figure 1 by their equivalence, and we shall obtain a pipeline that is loaded with the known concentrated $P^{(1)}, P^{(2)} \dots P^{(n)}$, we mean that generally there are n floats on the pipeline.

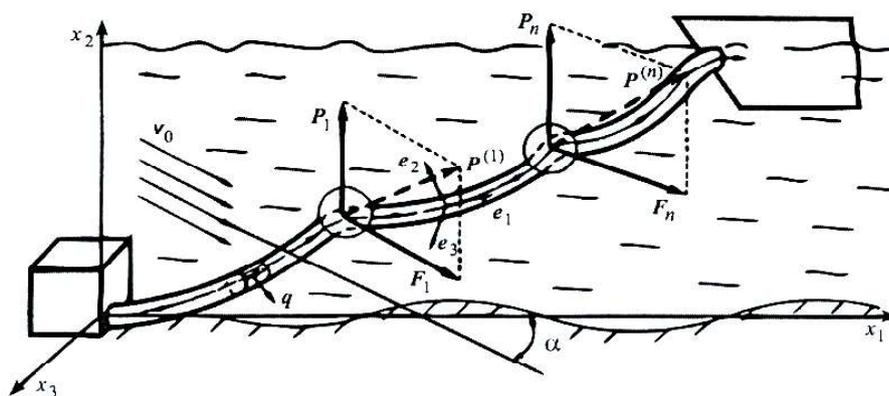


Fig. 1. Pattern of pipeline calculation.

When sizing the pipeline, we use the equation of internal flow motion, and the equilibrium equation of the pipeline sections (the interval between the next

ზ. არქანია, ნ. მარდალავიშვილი

two points of force application), which have the following dimensionless form (($s = \varepsilon \cdot \ell, Q = \tilde{Q}(m_1 + m_2)g\ell, P = \tilde{P}(m_1 + m_2)g\ell, q = \tilde{q}(m_1 + m_2)g, w = \tilde{w}\sqrt{g\ell}, x = \tilde{x}\ell$, where ε - is the dimensionless arc coordinate, τ - the dimensionless time, \tilde{Q} - is the dimensionless axial force, \tilde{q} - the dimensionless hydrodynamic distributed load, \tilde{P} - fluid pressure force in a dimensionless form, \tilde{w} - internal flow velocity in a dimensionless form,):

$$\frac{d}{d\varepsilon} \left(Q_1^{(j)} \frac{dx_i}{d\varepsilon} \right) + q_{axi}^{(j)} - \delta_{2i} = 0 \quad (i = 1, 2, 3), \quad (1)$$

where

$$\varepsilon_{j-1} < \varepsilon < \varepsilon_j \quad (j = 1, 2, \dots, n + 1).$$

These equations can be written down in the form as follows:

$$\begin{cases} \frac{dQ_{xi}^{(j)}}{d\varepsilon} + q_{axi} - \delta_{2i} = 0 & i = 1, 2, 3, \\ \frac{dx_i}{d\varepsilon} = \frac{Q_{xi}}{Q_1} & \varepsilon_{j-1} < \varepsilon < \varepsilon_j \quad (j = 1, 2, \dots, n + 1), \end{cases} \quad (2)$$

where $Q_{xi} (i = 1, 2, 3)$ - the $\overline{Q_1}$ axial force projections at the axes caused only by the external forces, while the float equilibrium equations, written down in the axial force projections of the cartesian axes in a dimension-less form appear as follows:

$$-Q_{xi}^{(j)}(\varepsilon_i) + Q_{xi}^{(j+1)}(\varepsilon_i) + F_j(\delta_{1i}\cos\alpha + \delta_{3i}\sin\alpha) + \delta_{2i}P^{(j)} = 0 \quad (i = 1, 2, 3 \quad j = \overline{1, n}) \quad (3)$$

$Q_1 = Q_1(\varepsilon)$ - axial force in a pipeline, $Q^{(j)}(\varepsilon_j)$ and $Q^{(j+1)}(\varepsilon_j)$ - the axial forces at the end of the j -th section and at the beginning of $(j + 1)$ -th section of the pipeline, respectively ; $P^{(j)} (j = \overline{1, n})$ - the values of the appropriate concentrated forces; $\varepsilon_k (k = \overline{1, n})$ the arc coordinates of the points of concentrated force application; $\delta_{ij}, i, j = 1, 2, 3$ - Kronecker symbols; $q_a^{(j)}$ - hydrodynamic distribute loads; $x_i (i = 1, 2, 3)$ - Cartesian coordinates of the pipeline's axial line points.

To obtain the equation of motion of the ground and water internal flow in a pipeline, it is assumed that the flow velocity in the pipeline \bar{w} depends on two parameters $\bar{w} = \bar{w}(s, t)$, where S is the arc coordinate, t - time. Dimensionless value $\tilde{w} = \tilde{w}(\varepsilon, \tau)$. The projection of the internal flow equation of the pipeline will lie on the tangent line of motion of the trajectory (in a dimensionless form):

$$n_1 \frac{\partial w}{\partial \tau} = -\frac{\partial P_0}{\partial \varepsilon} - n_1 x_2' - \mu, \quad (4)$$

where

$$n_1 = \frac{m_2}{m_1 + m_2}; \quad \mu = a_1 w^2; \quad a_1 = \frac{\lambda Q_2 \ell s}{8(m_1 + m_2)}; \quad \lambda = \frac{64\nu}{wd}$$

μ – friction force between the particles of the ground element and the wall of the pipeline, m_1 - the mass of the unit length of the pipeline, m_2 - the mass of the internal flow per unit length of the pipeline; ν - internal flow viscosity, ρ_2 - internal flow density; d - internal diameter; S – internal surface perimeter; l - length of the pipeline; x_2 - coordinate of the current point of the pipeline's axial line (Crash Course on Engineering Fluid Dynamics, Yablonskiy V.S. 1961, M.: NAUKA publishers, 355 p.) (Fluid Mechanics, Loitsyanskiy L.G. 1978, M.: NAUKA publishers, 736 p.). An algorithm for calculation of a pipeline has been developed in the paper for the case of loading this pipeline with two concentrated forces. The pipe shapes and axial forces have been found in the pipeline

For different values of the internal flow's friction force ($\mu=0,2; 0,4; 0,6$), the extreme values of the axial force have been calculated when $\varepsilon = 0, \varepsilon = 0,3, \varepsilon = 0,5, \varepsilon = 1$. Table 1 of extreme values have been compiled, which allows to determine the effect of the internal flow's friction force on the extreme values of axial forces in the pipeline and then to evaluate the strength of the pipeline.